



真の強さを学ぶ。
新潟大学
NIIGATA UNIVERSITY

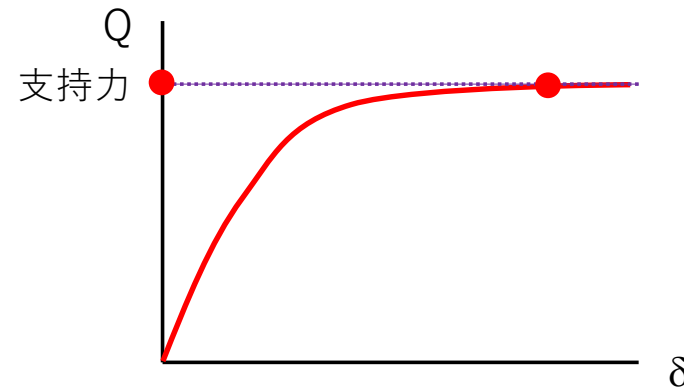
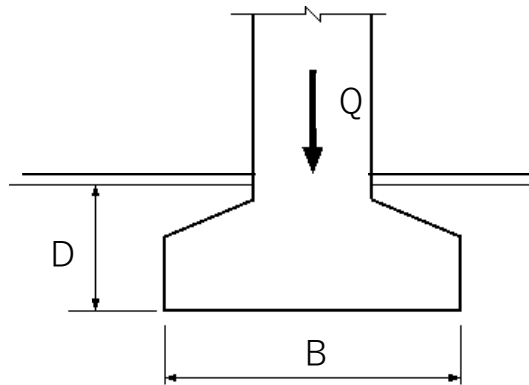
JGS北陸支部土質力学講座
20260213

複合荷重と剛基礎の支持力

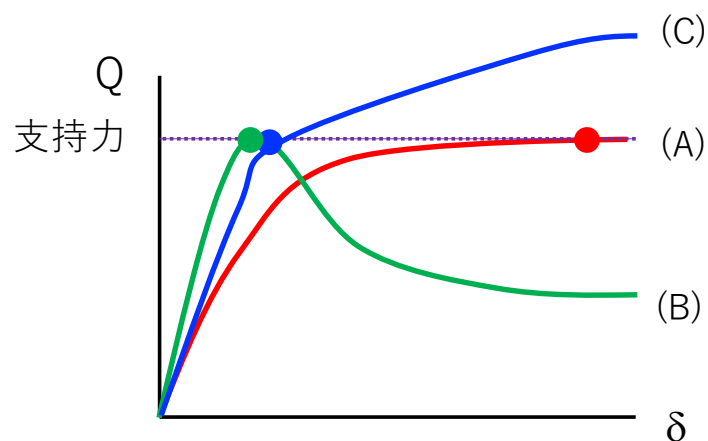
新潟大学 特任教授
大 塚 悟

支持力とは

- 極限状態における耐荷力（荷重と変位の1対1関係の喪失：不安定）



- 模型実験の荷重変位関係



荷重変位関係には以下のパターンがある

- (A) 標準型：ピーク荷重＝残留荷重
- (B) ひずみ軟化型：ピーク荷重＞残留荷重
- (C) ひずみ硬化型：ピーク荷重が定義できない

支持力は

(A)、(B)ではピーク強度、

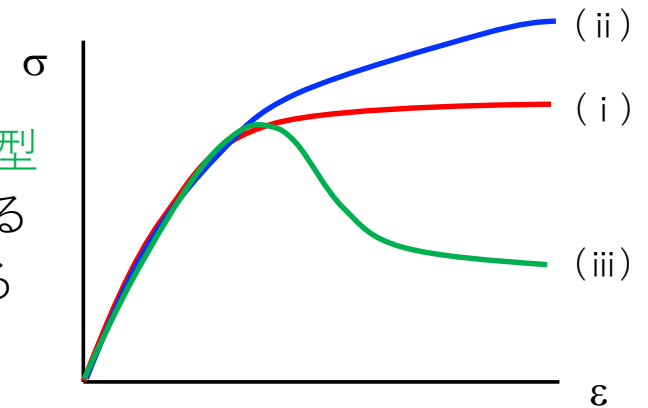
(C)では所定の変位に対する荷重、

または荷重変位曲線における折れ点（降伏点）を用いて定義することが多い

地盤・荷重条件と支持力の差異

- 地盤の応答特性（土質特性）：

- i) 完全塑性型、ii) ひずみ硬化型、iii) ひずみ軟化型
- 応答特性によって、基礎の荷重変位関係は変化する
- 基本的に、i : A、ii : C、iii : B、の対応関係がある



- 載荷方法の影響：

- 荷重制御

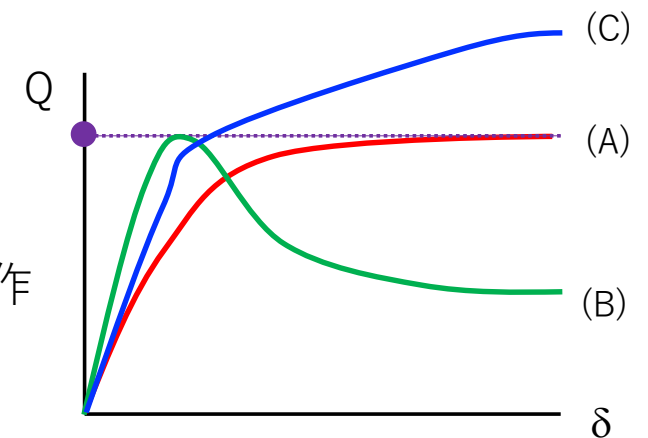
A、Cの荷重変位関係は得られるが、Bは生じない

- 変位制御

A、B、Cの荷重変位関係が得られる

- 変位による幾何学的変化

載荷に伴い基礎が地中に貫入すると、土被り圧の作用でCの変位関係が得られる



- 理論解析（単純化モデル）

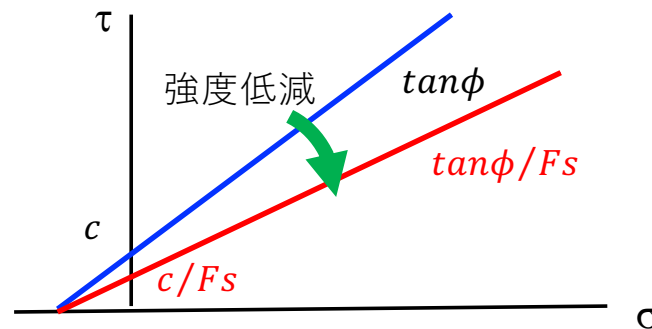
- 地盤応答特性は i 型、荷重変位関係は A 型、載荷による幾何学的変化を考慮しないこと（微小変形）が一般的である
- 実現象との差異は適用限界や安全率（ $F_s=3$ 、弾性設計）で考慮する

(余談その1) 支持力と安全率

- 安全率の定義と物理的意味

- 斜面安定型

- ◆ 荷重条件を保持して、強度の低減により破壊に対する安全率を定義
($F_s = 1.2$ が標準)
 - ◆ 内部摩擦角を低減する効果 ($\tan\phi/F_s$) は非常に大きい



- 支持力型

- ◆ 地盤強度を保持して、限界荷重から載荷重の安全率を定義
($F_s = 3$ が標準)

- 安全率の定義が異なると数値で単純な比較はできない

- ◆ $F_s = 1$ で両者は同じ条件になる

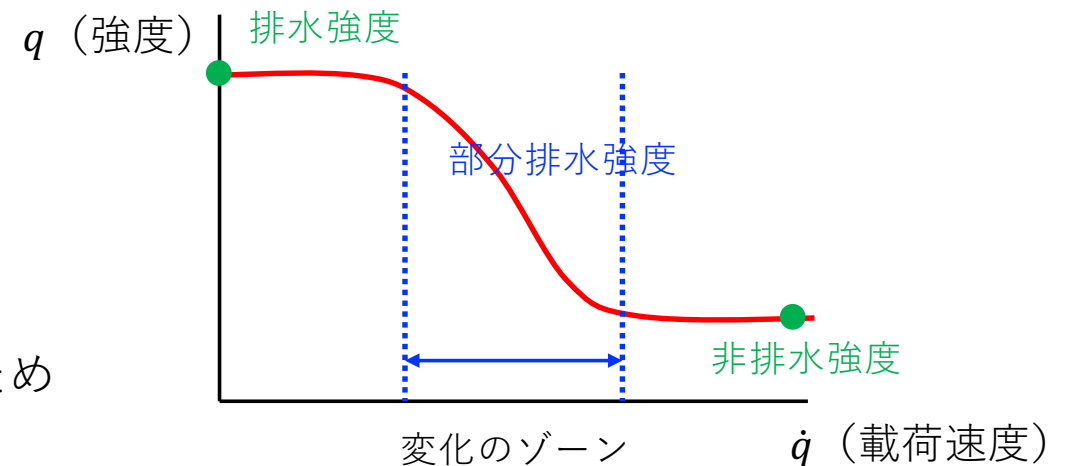
(余談その2) 排水条件と支持力

● 載荷速度と排水条件

- 載荷速度と排水速度の兼ね合いで地盤の強度特性は変化する
- 非排水強度 $\leq$ 部分排水強度 $\leq$ 完全排水強度 (正規圧密粘土地盤)

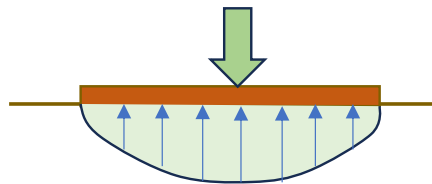
● 載荷速度と強度定数

- 非排水強度 (瞬間載荷)
 - ◆ 強度定数は c_u ($\phi_u = 0$)
- 完全排水強度 (緩速載荷)
 - ◆ 強度定数は c 、 ϕ または ϕ
- 部分排水強度 (変化のゾーン)
 - ◆ 圧密による強度増加があるため
対応する強度定数はない
 - ◆ 設計では短期問題 (非排水) ま
たは長期安定問題 (完全排水) で評価する

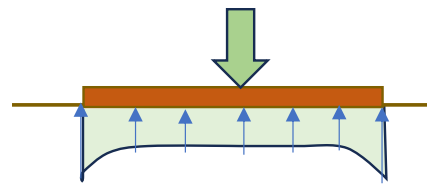


基礎に作用する荷重と接地圧

● 鉛直荷重と接地圧



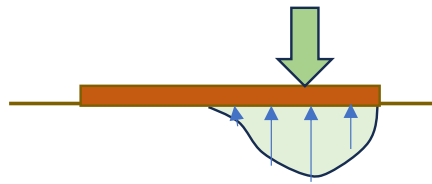
砂質地盤



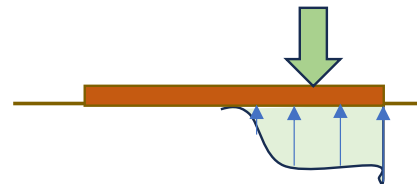
粘性土地盤

■ 剛基礎の接地圧分布は地盤の強度特性によって変化する

● 偏心荷重と接地圧（鉛直荷重＋モーメント）



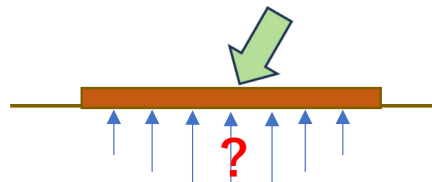
砂質地盤



粘性土地盤

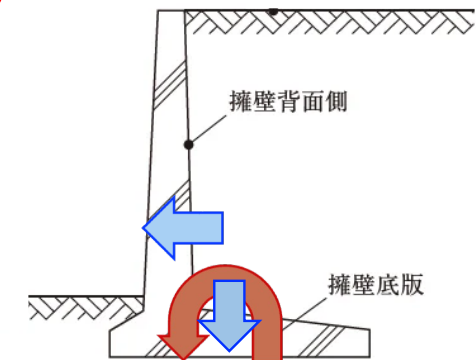
■ モーメントにより基礎と地盤に離合が生じる

● 傾斜荷重と接地圧（鉛直荷重＋水平荷重）

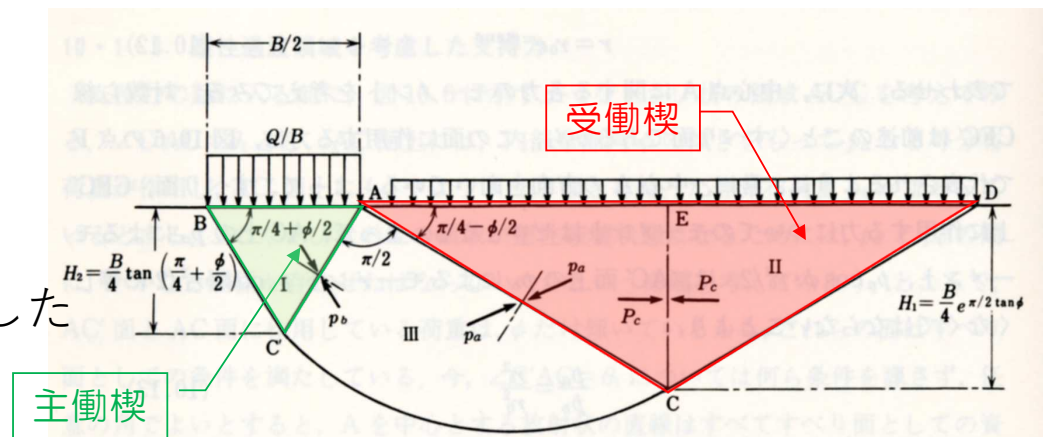


砂質地盤

偏心傾斜荷重（複合荷重）ではどうなる？



（事例）擁壁基礎の載荷重



支持力解析手法②

- 支持力係数 (Terzaghiの支持力式)

表-9.1 Terzaghi の支持力係数の表
(全般せん断の場合, N_r^* は式(9.8)による)

ϕ' (度)	N_c	N_q	N_r	N_r^*	N_{c0}	N_{q0}	N_{r0}^*
0	5.71	1.00	0	0	5.14	1.00	0
5	7.32	1.64	0	0.1	6.49	1.57	0.45
10	9.64	2.70	1.2	0.4	8.35	2.47	1.22
15	12.8	4.44	2.4	1.3	11.0	3.74	2.65
20	17.7	7.48	4.5	5.3	14.8	6.40	5.39
25	25.0	12.7	9.2	8.2	20.7	10.7	10.9
30	37.2	22.5	20.0	19.5	30.3	18.4	22.4
35	57.8	41.4	44.0	46	46.1	33.3	48.0
40	95.6	81.2	114	118	75.3	64.2	109
45	172	173	320	338	135	136	272

- 摩擦角 (ϕ) の支持力に及ぼす影響は極めて大きい
- 地盤のばらつきを考えると安全率 ($F_s = 3$) は決して大きな値ではない

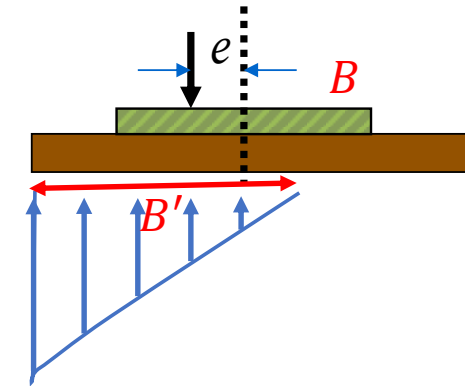
支持力解析手法③

● Meyerhofの支持力式

- 模型試験からの実験式
- 偏心荷重に対する有効断面積（有効幅法）の提案

$$B' = B - 2e \quad (e: \text{基礎中央からの偏心量})$$

$$\frac{Q}{B'} = \kappa c N_c + \kappa q N_q + \frac{\gamma}{2} B' N_\gamma \quad (\kappa: \text{根入れ効果の割増係数})$$



● 道路橋示方書の支持力式

- 模型試験、数値解析からの実用式（世界に先駆けて基礎の寸法効果を考慮）

$$\frac{Q}{B'} = \kappa c N_c S_c + \kappa q N_q S_q + \frac{\gamma}{2} B' N_\gamma S_\gamma$$

(S_c, S_q, S_γ : 寸法効果の補正係数)

$$\kappa = 1 + 0.3 \frac{D}{B'}$$

$$S_c = (c/10)^{-1/3}, S_q = (q/10)^{-1/3}, S_\gamma = (B')^{-1/3}$$

基礎の寸法効果とは

● 地盤の進行性破壊と耐荷力の低下

- 砂質土や過圧密粘土の排水せん断では、(iii)の「ひずみ軟化」挙動を示す
- 模型試験では位置により、作用応力やひずみが異なり、ピーク荷重にて一部で強度低下を起こして耐荷力の低下を生じる（寸法効果）

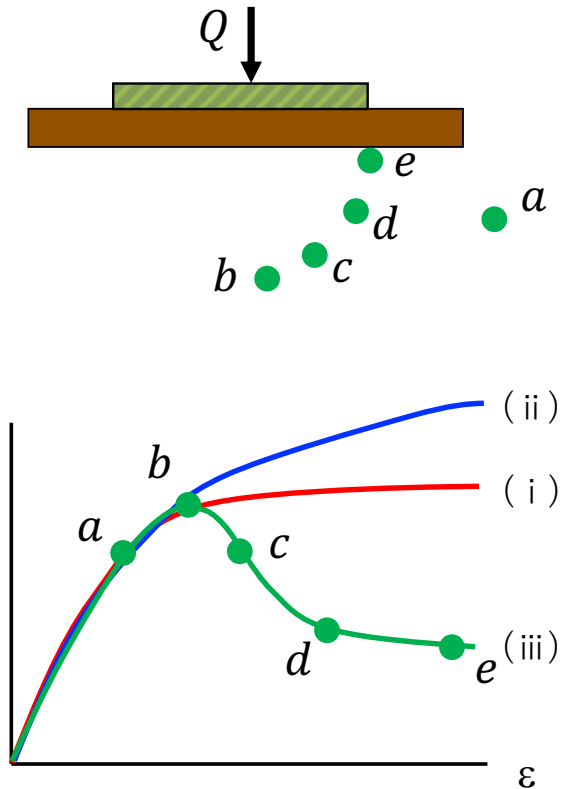
● 慣用支持力解析の限界

- 慣用解析は地盤全域でピーク強度を仮定するため、進行性破壊の解析は不可である
- 支持力式では寸法効果を考慮できない
- 建築学会の構造指針で実験式の採用

$$\frac{Q}{B'} = cN_c + qN_q + \frac{\gamma}{2} B' N_\gamma S_\gamma \quad \text{ここに、} S_\gamma = (B')^{-1/3}$$

$$S_\gamma = 1 - 0.25 \log(B'/2) \quad (\text{US Army})$$

適用性に関する詳細検証が課題である



支持力の塑性解析

● 境界値問題の方程式群

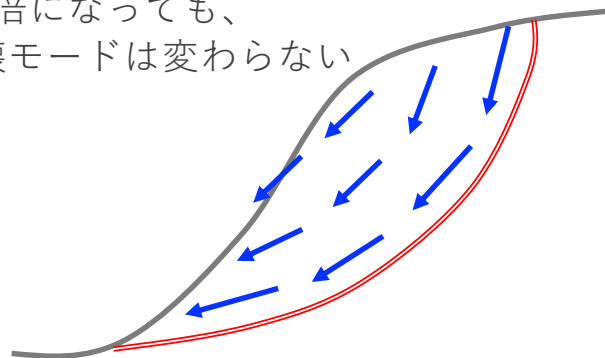
- 破壊解析は塑性流動を対象とするため、応力と変位速度の場を解析する

- ◆ 力のつり合い式
- ◆ 変位速度とひずみ速度の適合条件
- ◆ 構成式（応力・ひずみ速度関係）
- ◆ 境界条件

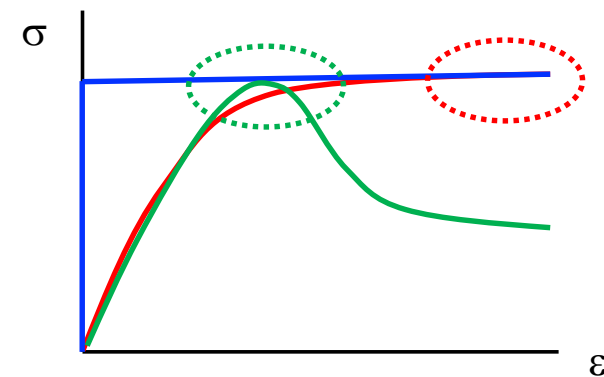
応力と変位速度が定まる

- 変位速度の大きさは不定で、各点での方向や相対的な大きさが重要である
- 破壊を直接取り扱うため、構成式は剛完全塑性を用いる

変位速度が2倍になっても、
応力場や破壊モードは変わらない



斜面の事例



剛完全塑性のモデル化

境界値問題と極限解析

● 極限解析の枠組み

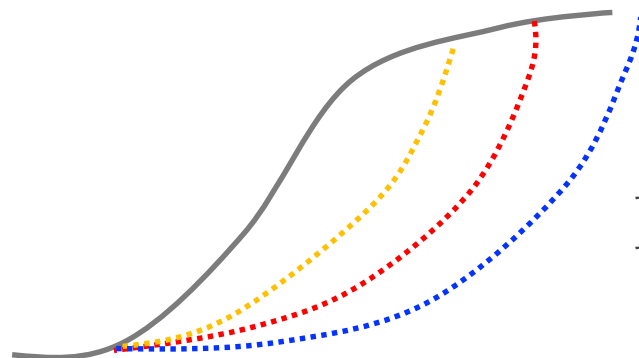
- 境界値問題の条件を緩和すると解は無数に得られるが、真値に対する上下の関係を明確にして、解の存在範囲を明ら（上・下界定理）にする

■ 上界定理（変位速度場を解析）の例

- ◆ 変位速度とひずみ速度の適合条件
- ◆ 構成式
- ◆ 境界条件
- ◆ 外荷重と応力場のエネルギーのつり合い（上界値を保証）

可容な変位速度を仮定すると
支持力（真値より大きい、一つの解）
が求まる

- 力のつり合い式を必ずしも満足しない特徴がある
- 変位速度場に対して無数の解が存在するため、解の最小化が不可欠である



すべり面を仮定すると安全率が求まる
すべり面を変化させて、安全率の最小化を図る

斜面の事例

上界定理と剛塑性構成式

- 解の最小化で達成できること

- 上界定理の方程式群

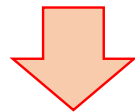
- ◆ 変位速度とひずみ速度の適合条件
- ◆ 構成式
- ◆ 境界条件
- ◆ 外荷重と応力場のエネルギーのつり合い



解の最小化演算

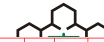
- ◆ 変位速度とひずみ速度の適合条件
- ◆ 構成式
- ◆ 境界条件
- ◆ 力のつり合い式

応力と変位速度が定まる



力のつり合い式を直接解析する構成関係の誘導

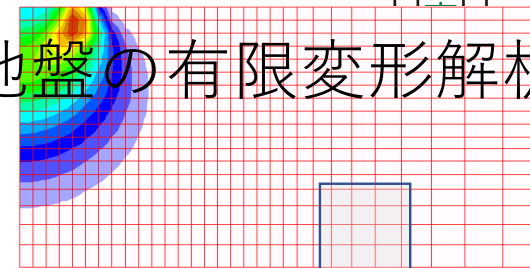
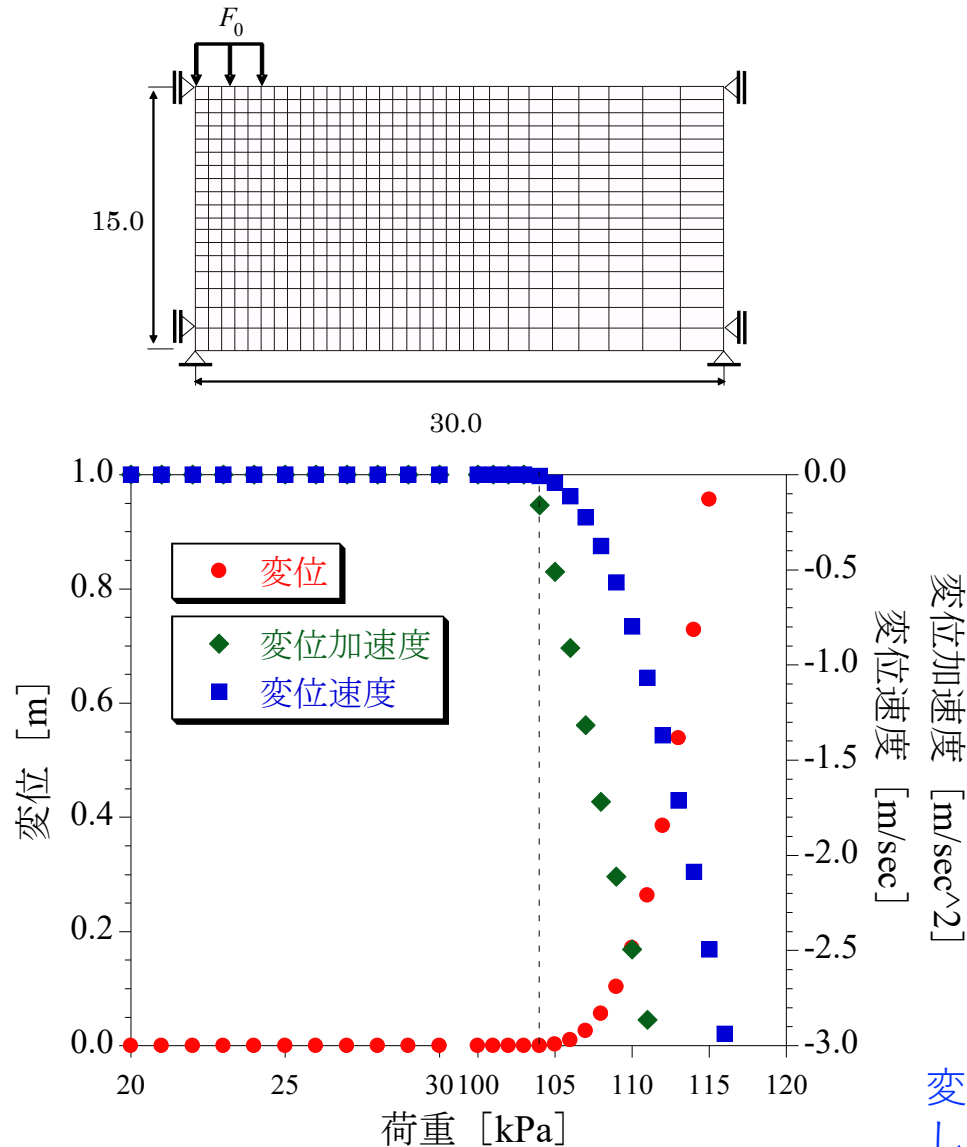
- 剛塑性構成式の開発（詳細は略、以降に大塚らによる解析結果を示す）



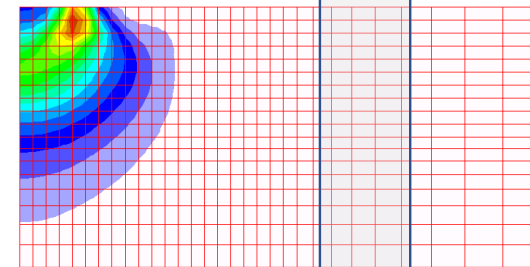
真の強さを学ぶ。

成瀬大学
WASEDA UNIVERSITY

【剛塑性構成式】 粘性土地盤の有限変形解析

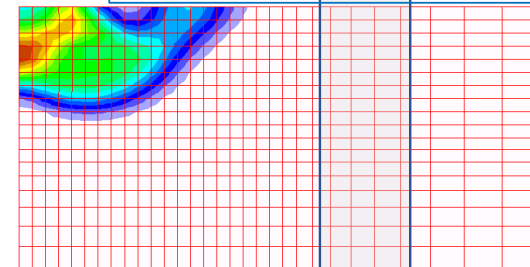


84kPa

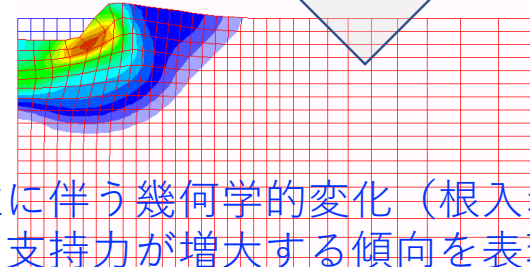


99kPa

極限支持力：102.8kPa



105kPa



116kPa

変位に伴う幾何学的変化（根入れ効果）を反映して支持力が増大する傾向を表現する

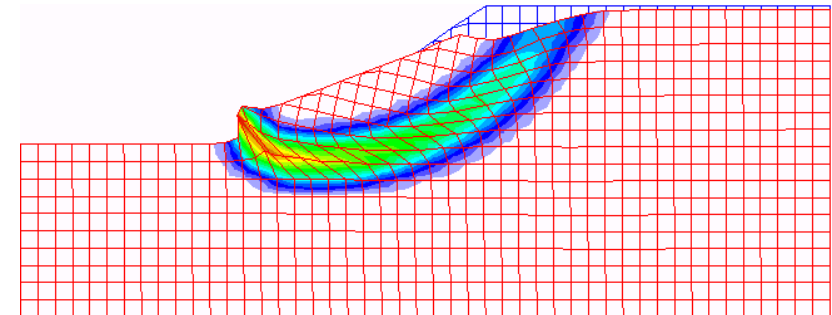
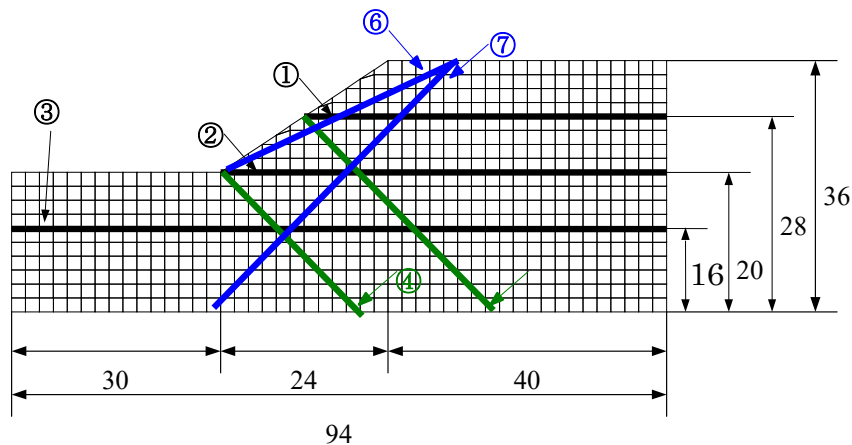
【剛塑性構成式】 斜面の安定解析



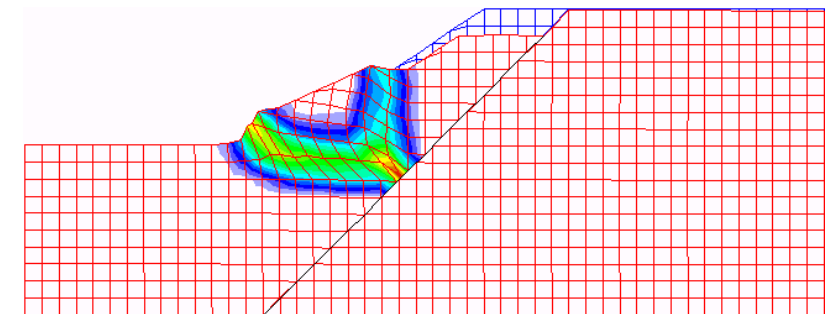
真の強さを学ぶ。
新潟大学
NIIGATA UNIVERSITY

- ソリッドモデル・不連続面モデルの構成式を利用

	地盤	不連続線
せん断抵抗角 ϕ, ϕ_s [°]	15.0	0.0
粘着力 c, c_s [kPa]	20.0	5.0
単位体積重量 γ_s [kN/m ²]	10.0	



No seam layer, $F_s=1.511$



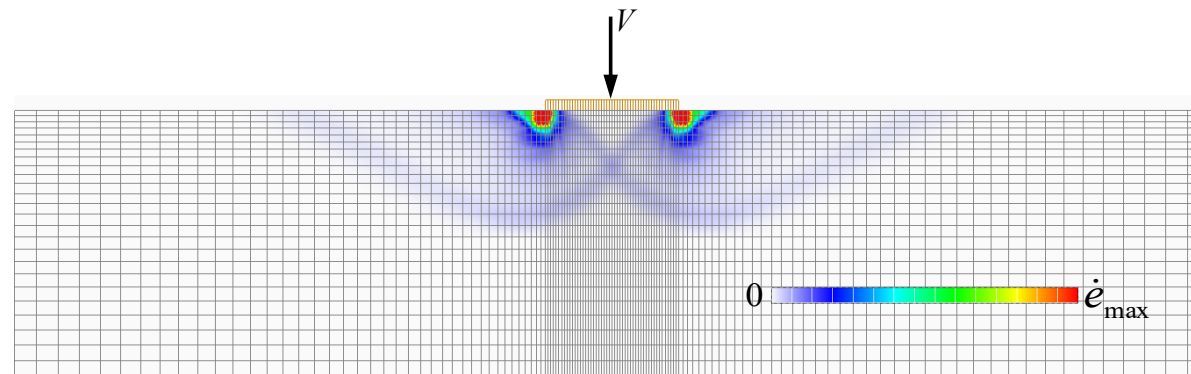
Dip slope, $F_s=1.095$

【剛塑性構成式】基礎の支持力解析

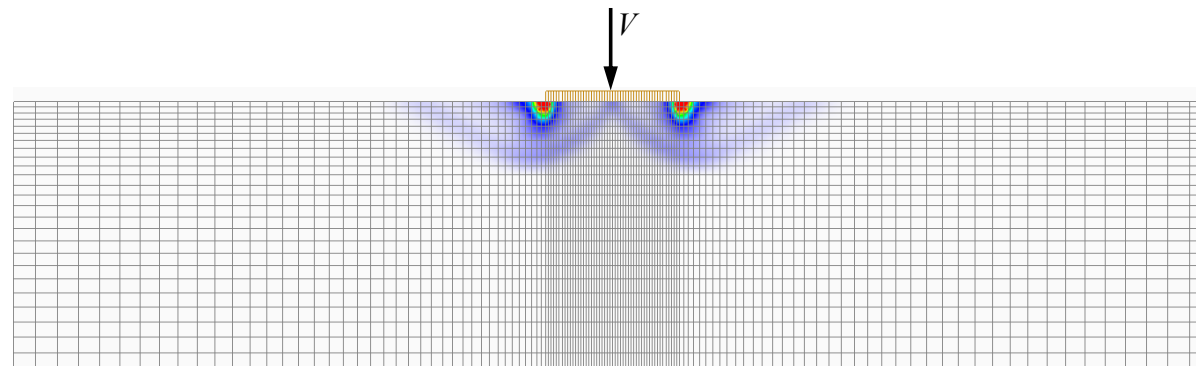


真の強さを学ぶ。
新潟大学
NIIGATA UNIVERSITY

- ソリッドモデル・不連続面モデルの構成式を利用



a) 底面摩擦力が作用 ($V_{ult}=3836 \text{ kN/m}$)

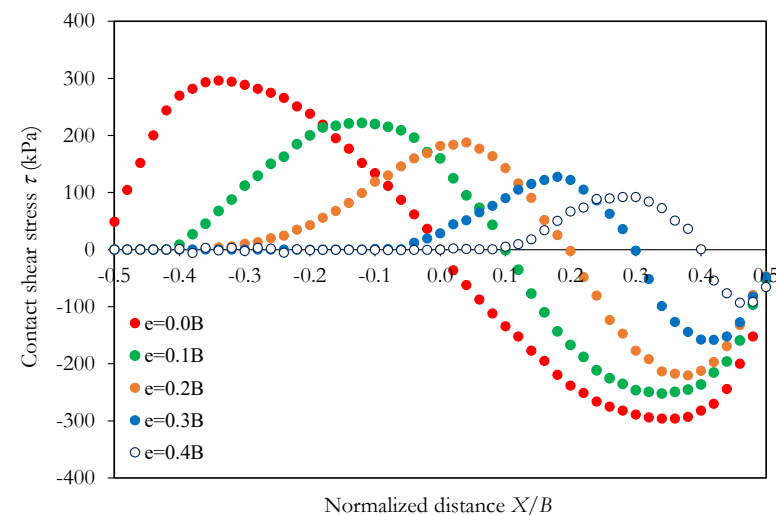
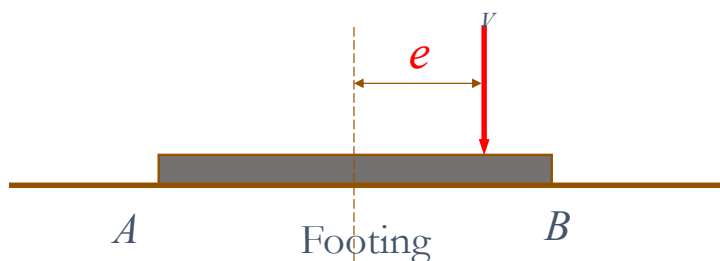


b) 底面摩擦力なし ($V_{ult}=1981 \text{ kN/m}$)

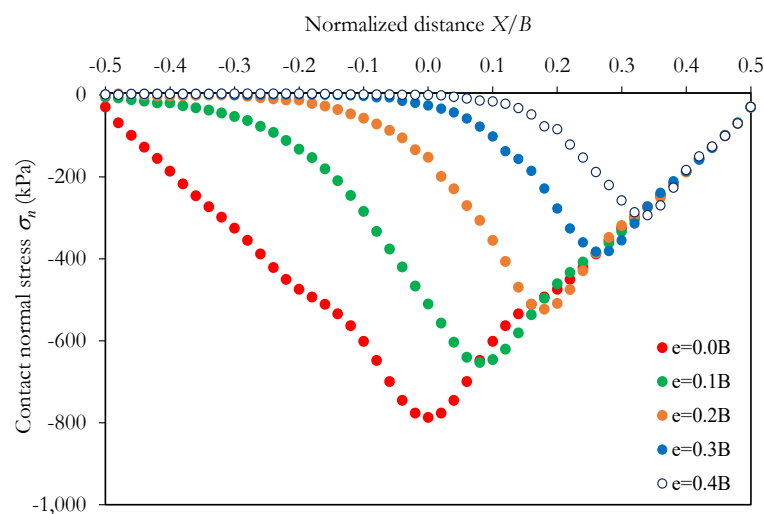
砂質地盤の破壊形態 ($B=5.0\text{m}$, $\phi=30\text{deg}$)

偏心荷重と接地圧分布

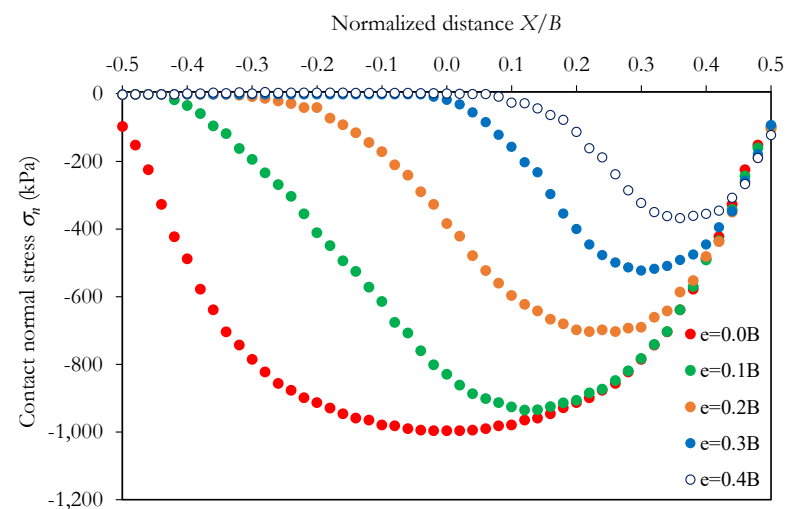
- 砂質地盤の解析（砂質土， $\phi=30\text{deg}$ ）



せん断応力（基礎底面は粗）



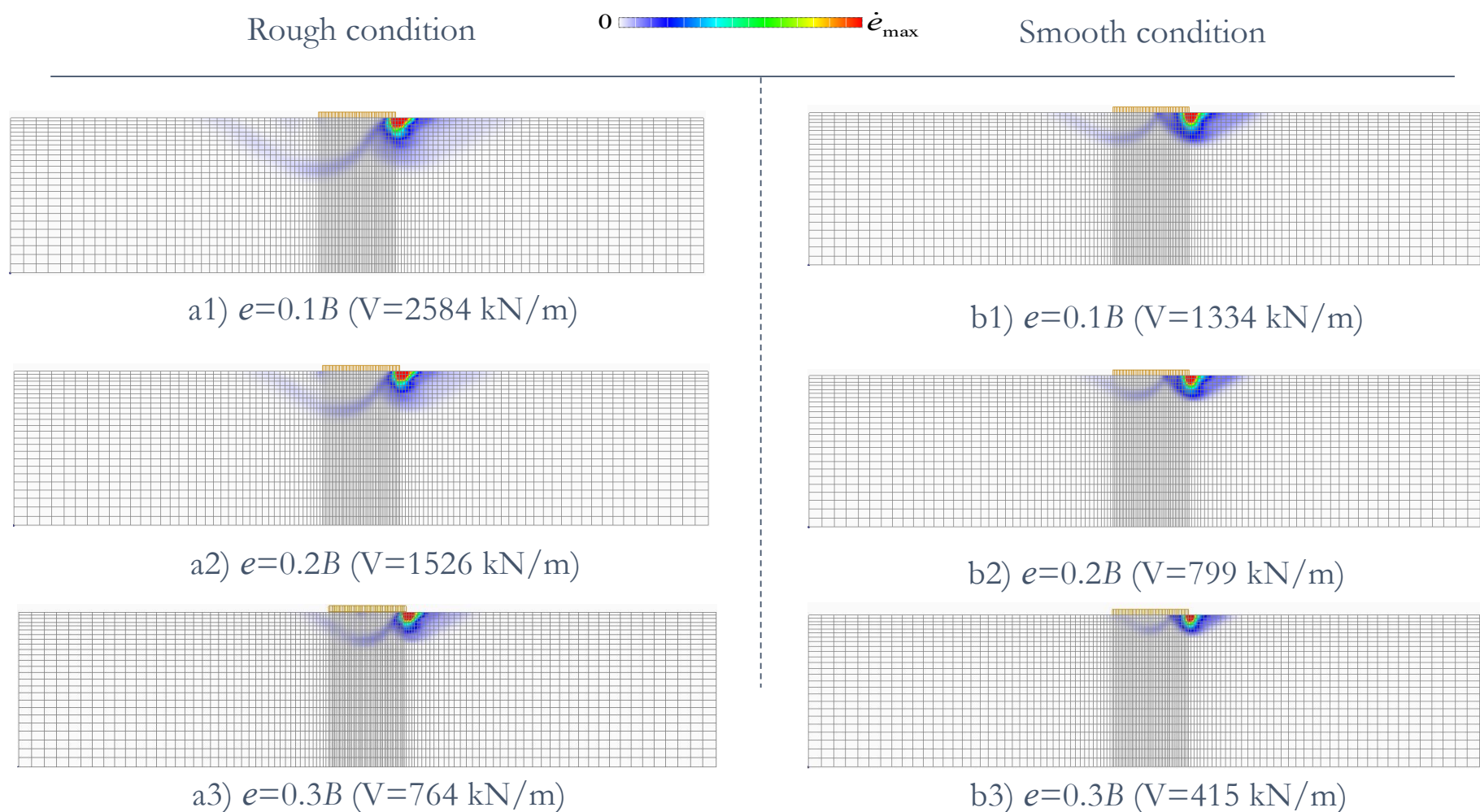
鉛直圧力（基礎底面は滑か）



鉛直圧力（基礎底面は粗）

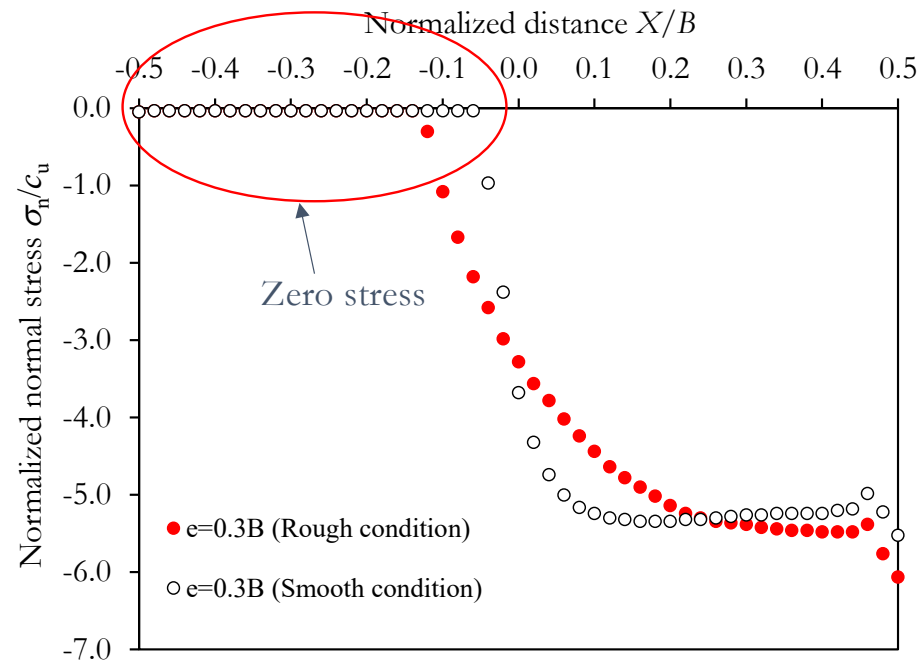
偏心荷重と破壊形態

● 砂質地盤の解析 ($\phi=30\text{deg}$)

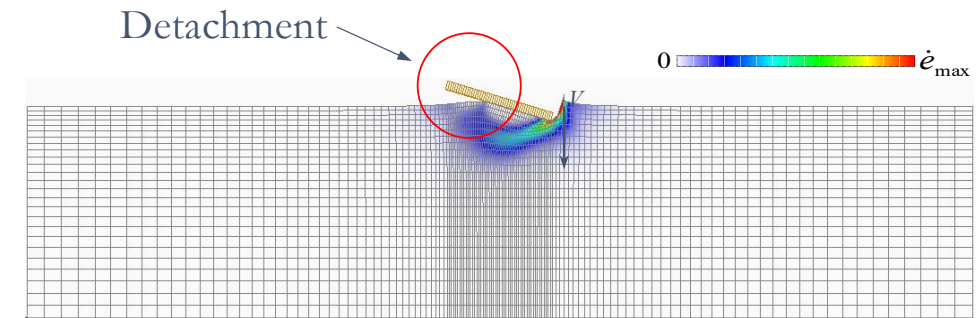


偏心荷重と接地圧分布・破壊形態

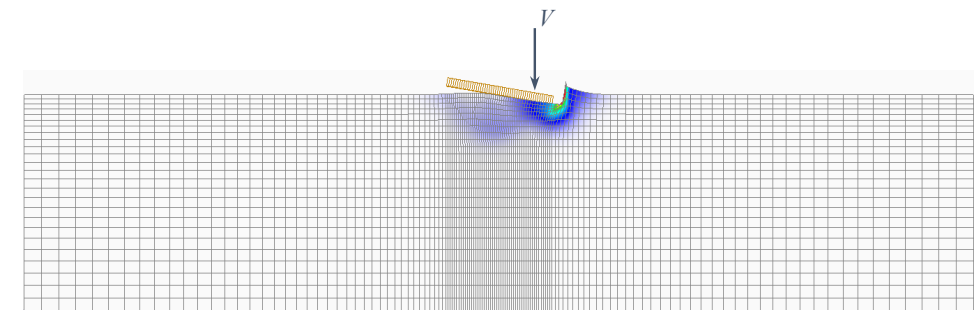
● 粘性土地盤の解析



鉛直圧分布 (σ_n/c_u , $e/B=0.3$)



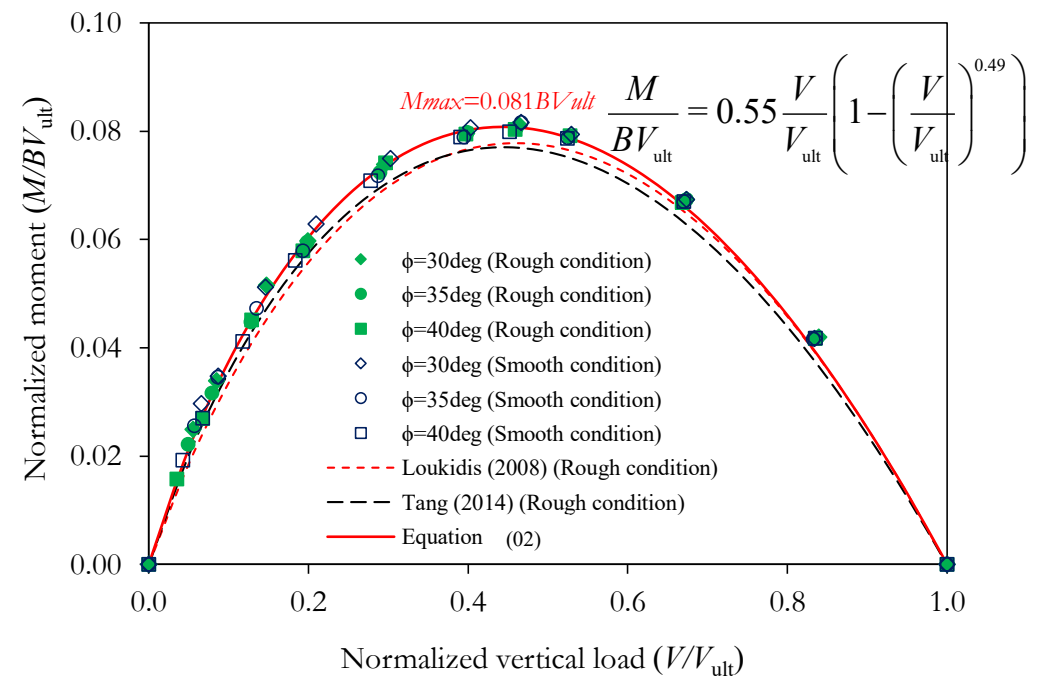
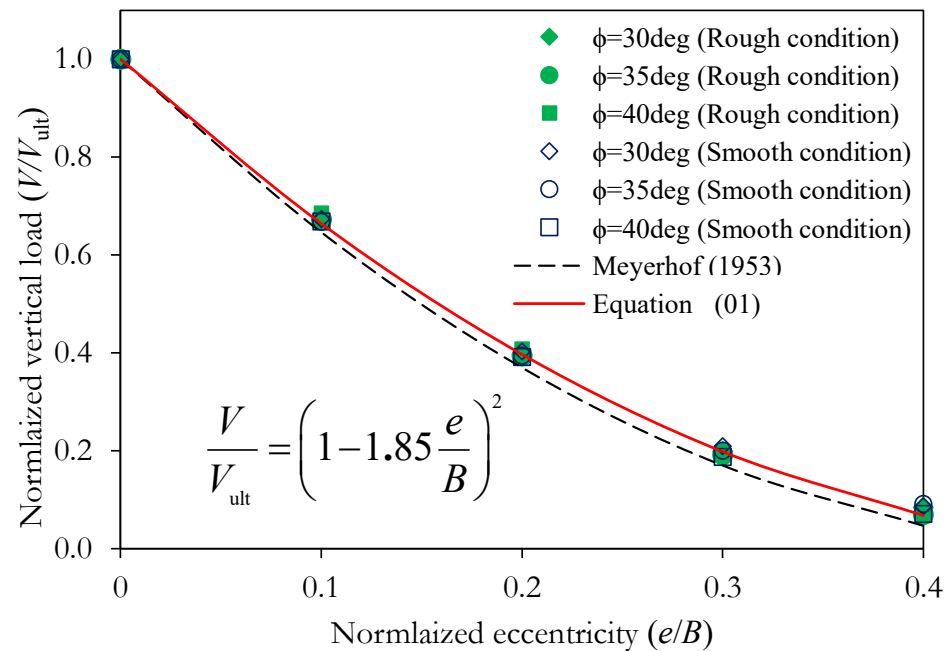
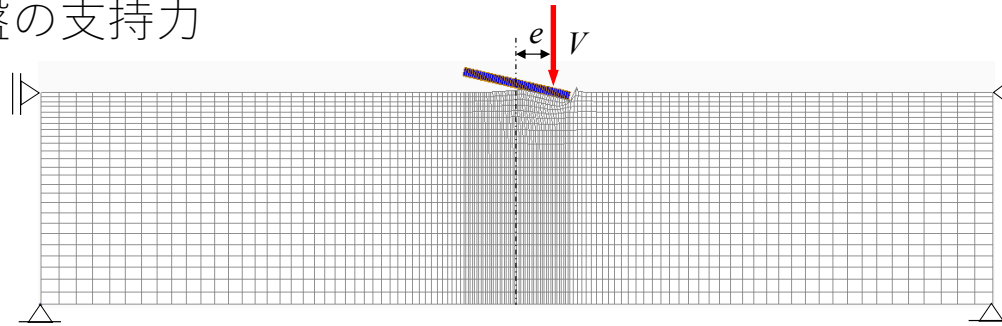
a) $e/B=0.3$, $V=2.39c_u$ for rough condition



b) $e/B=0.3$, $V=2.31c_u$ for smooth condition

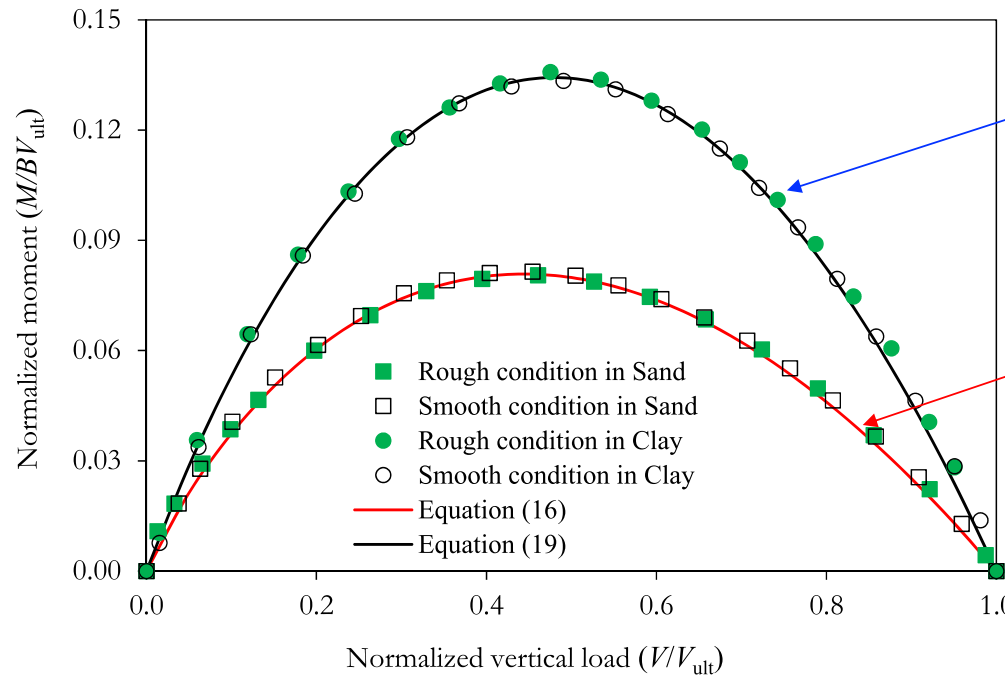
偏心支持力とMeyerhofの比較

● 砂質地盤の支持力



■ Meyerhofの実験式と良い対応を示し、内部摩擦角に依らない

組み合わせ荷重と限界荷重



粘性土地盤

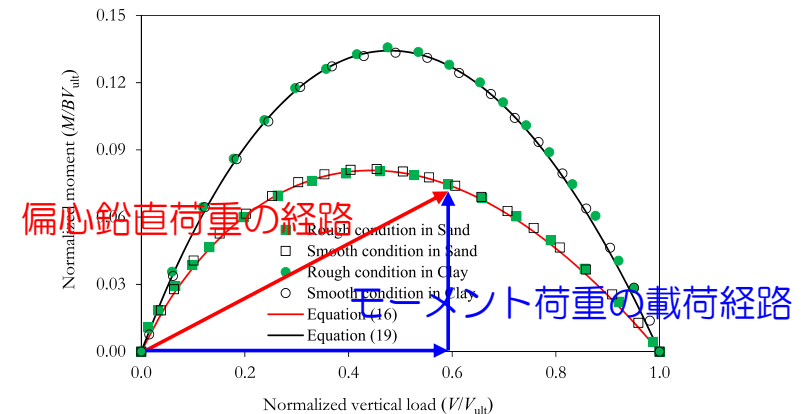
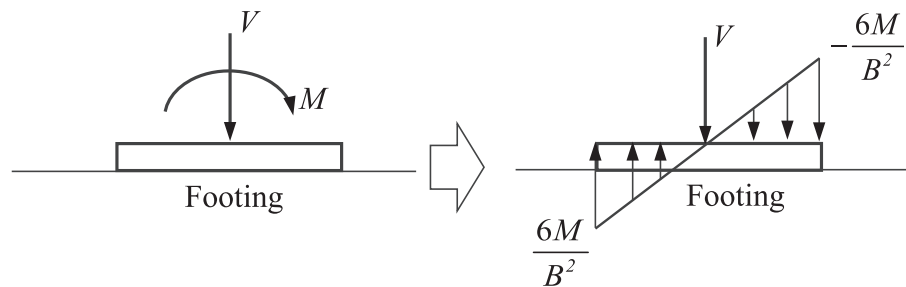
$$\frac{M}{BV_{ult}} = 0.63 \frac{V}{V_{ult}} \left(1 - \left(\frac{V}{V_{ult}} \right)^{0.8} \right)$$

砂質地盤

$$\frac{M}{BV_{ult}} = 0.55 \frac{V}{V_{ult}} \left(1 - \left(\frac{V}{V_{ult}} \right)^{0.49} \right)$$

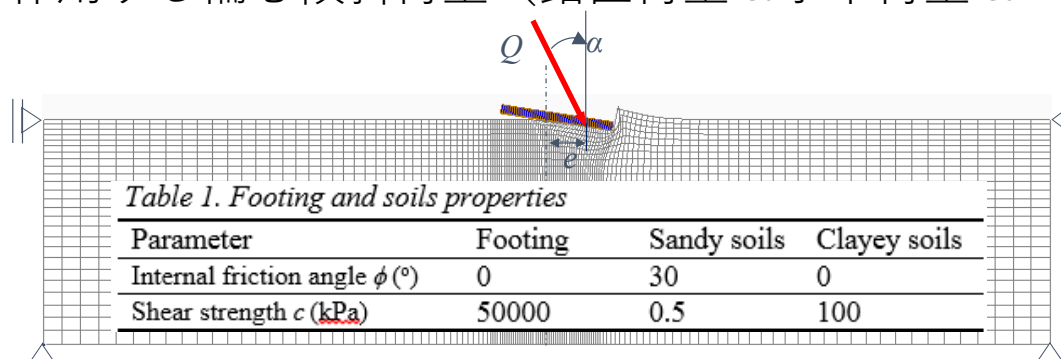
地盤物性によって異なるが、基礎底面の粗滑は影響しない

載荷形式による荷重曲面の一意性検討

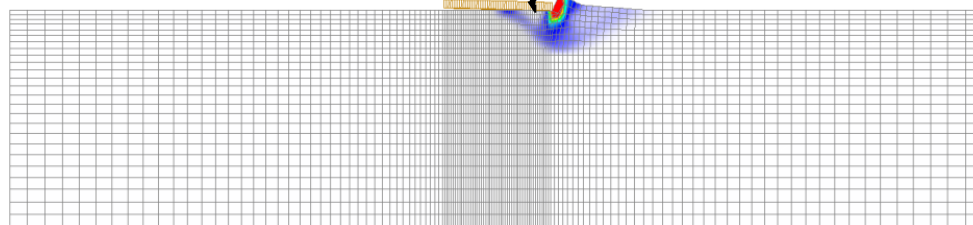
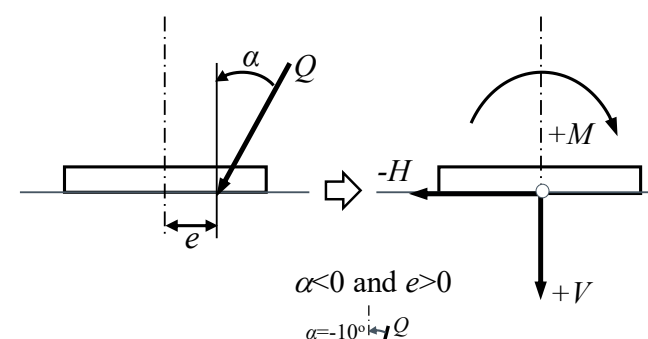
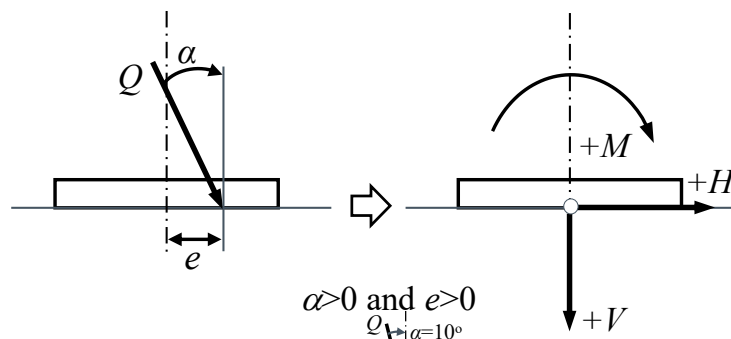


偏心傾斜荷重の支持力（砂質土）

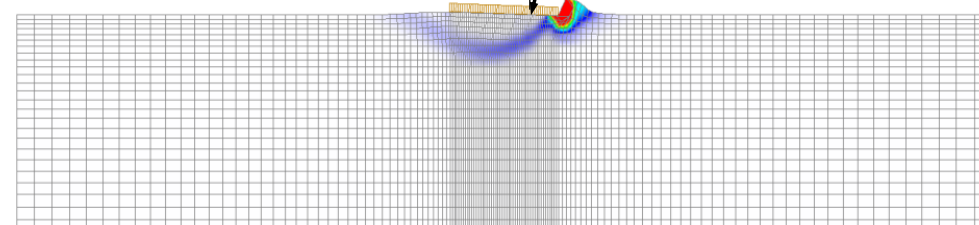
- 基礎に作用する偏心傾斜荷重（鉛直荷重 & 水平荷重 & モーメント）



- 鉛直荷重 & モーメントは同じだが、水平荷重の作用方向が異なる



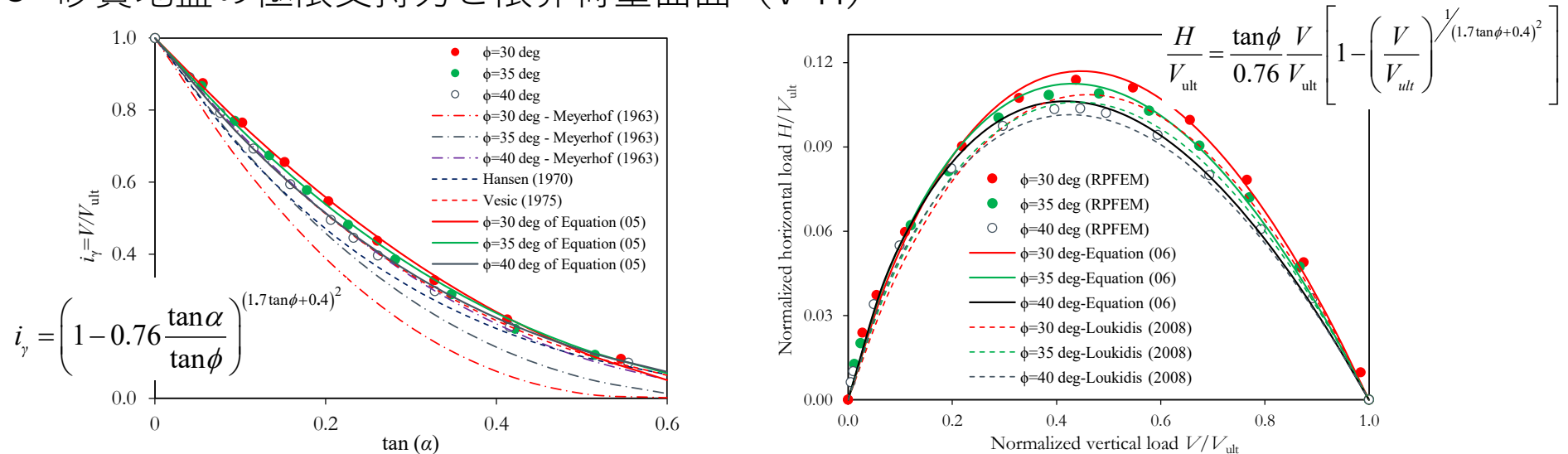
a) $e/B=0.3$ and $\alpha=10^\circ$ ($Q=545$ kN/m) – Positive horizontal load (+H)



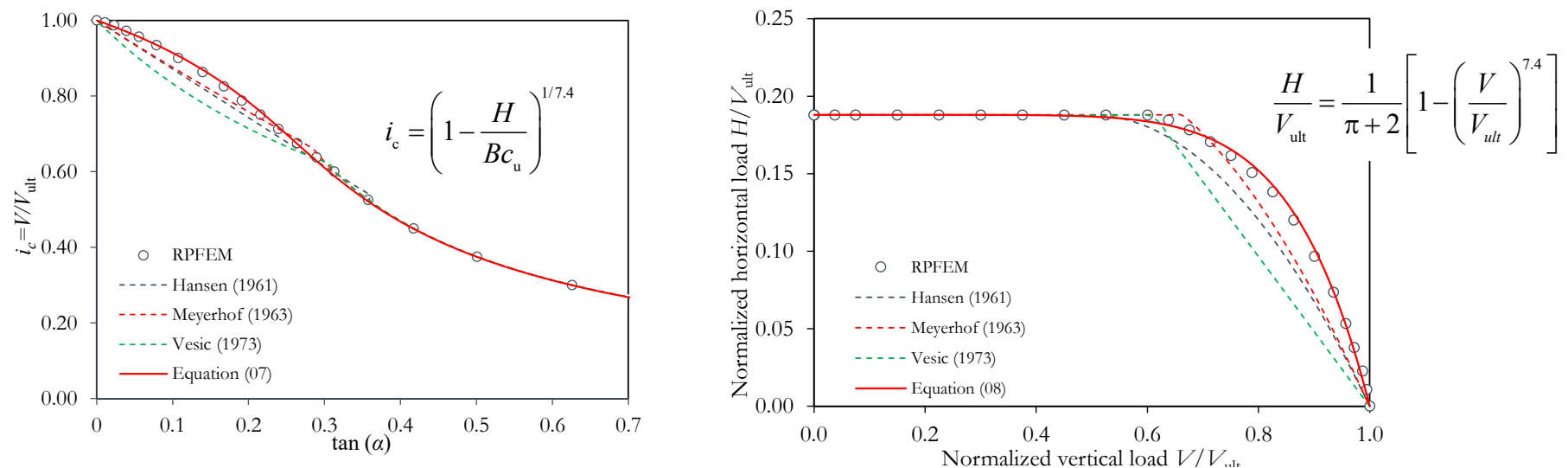
b) $e/B=0.3$ and $\alpha=-10^\circ$ ($Q=709$ kN/m) – Negative horizontal load (-H)

傾斜荷重（鉛直・水平荷重）の支持力

● 砂質地盤の極限支持力と限界荷重曲面（V-H）

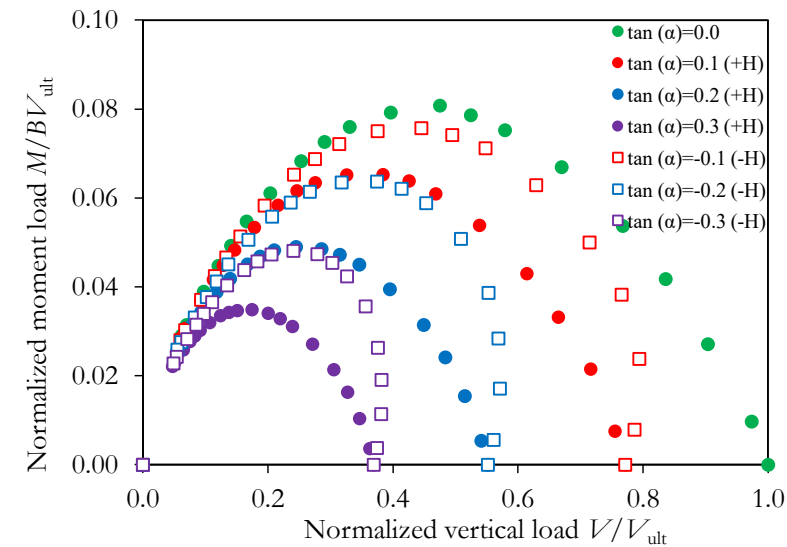
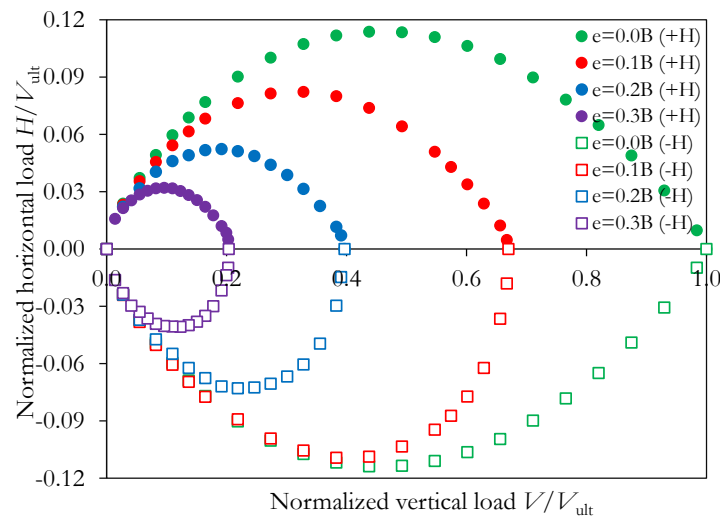


● 粘性土地盤の極限支持力と限界荷重曲面（V-H）

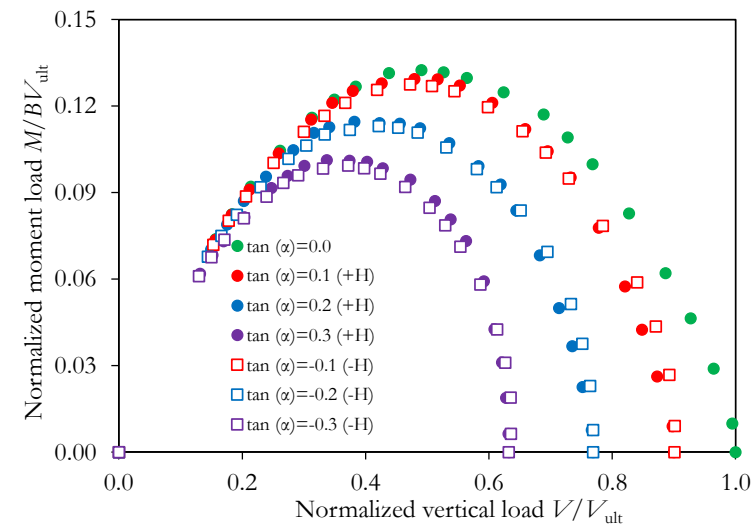
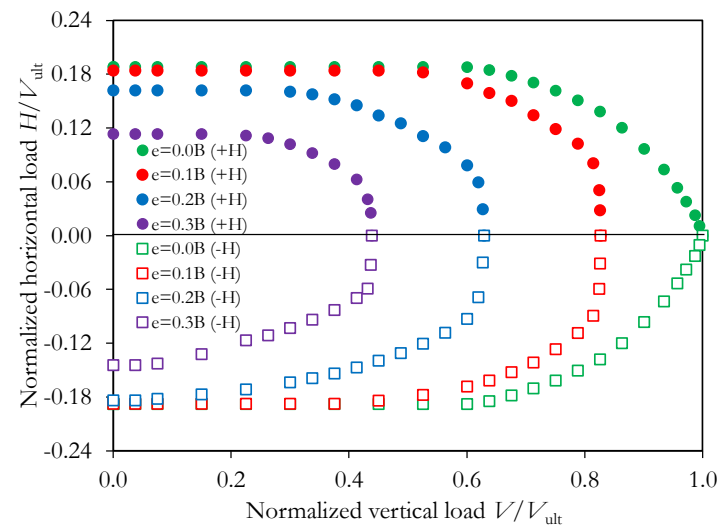


偏心傾斜荷重の限界荷重空間①

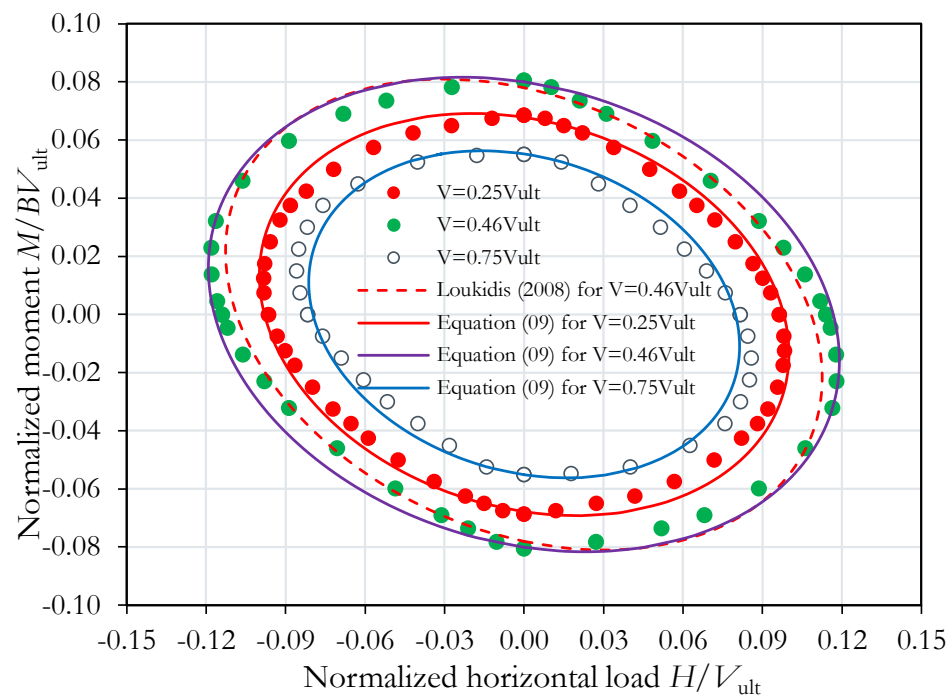
● 砂質地盤の限界荷重曲面 (V-H, V-M)



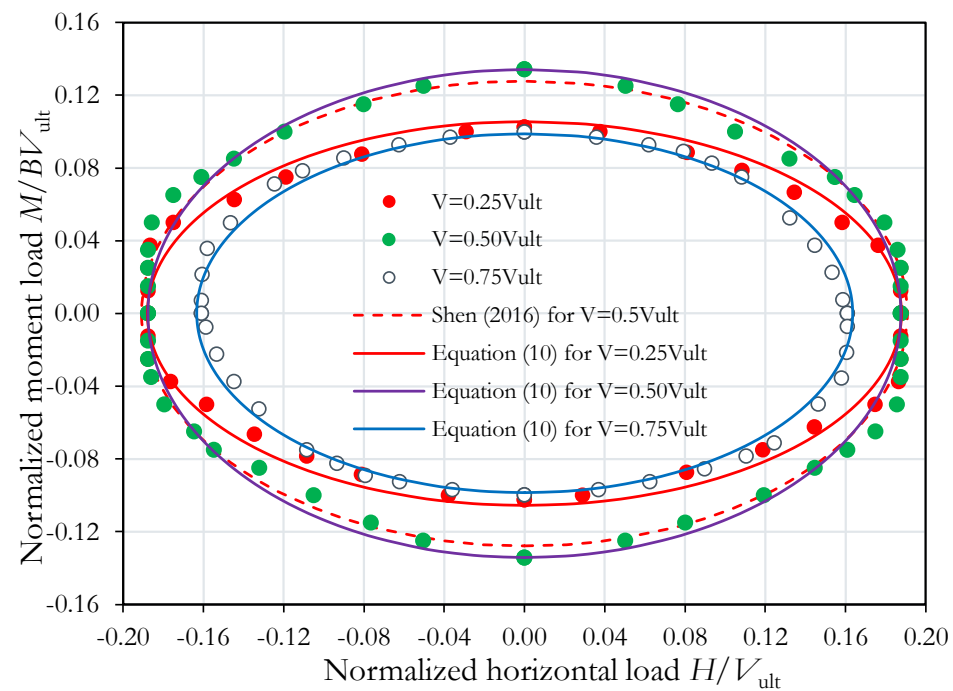
● 粘性土地盤の限界荷重曲面 (V-H, V-M)



偏心傾斜荷重の限界荷重空間②



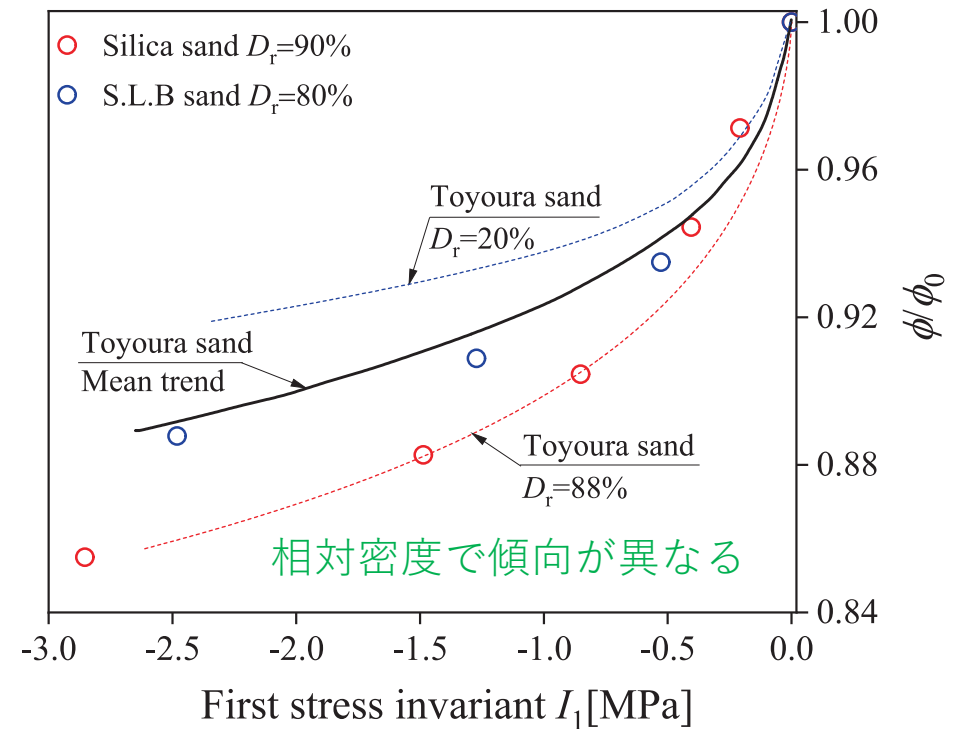
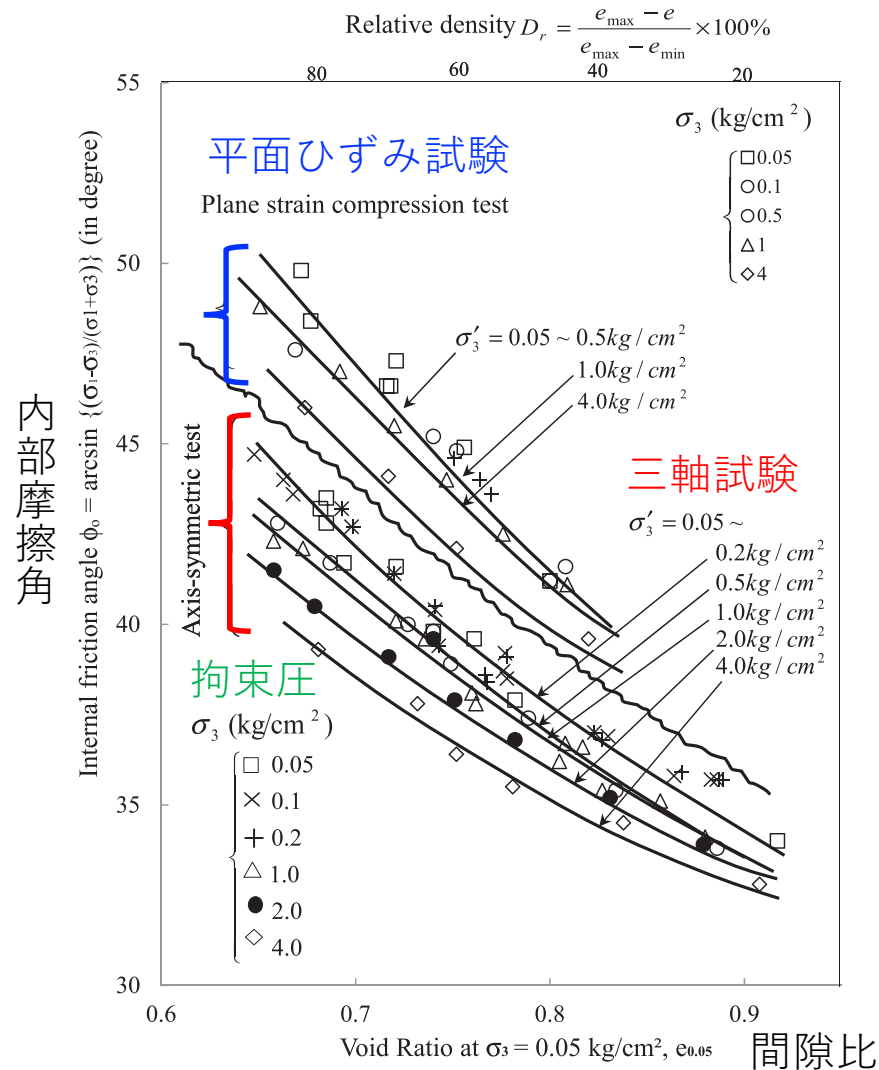
砂質地盤



粘性土地盤

豊浦砂のせん断特性

- 龍岡らの試験結果（内部摩擦角と拘束応力）と種々の砂質土のせん断特性

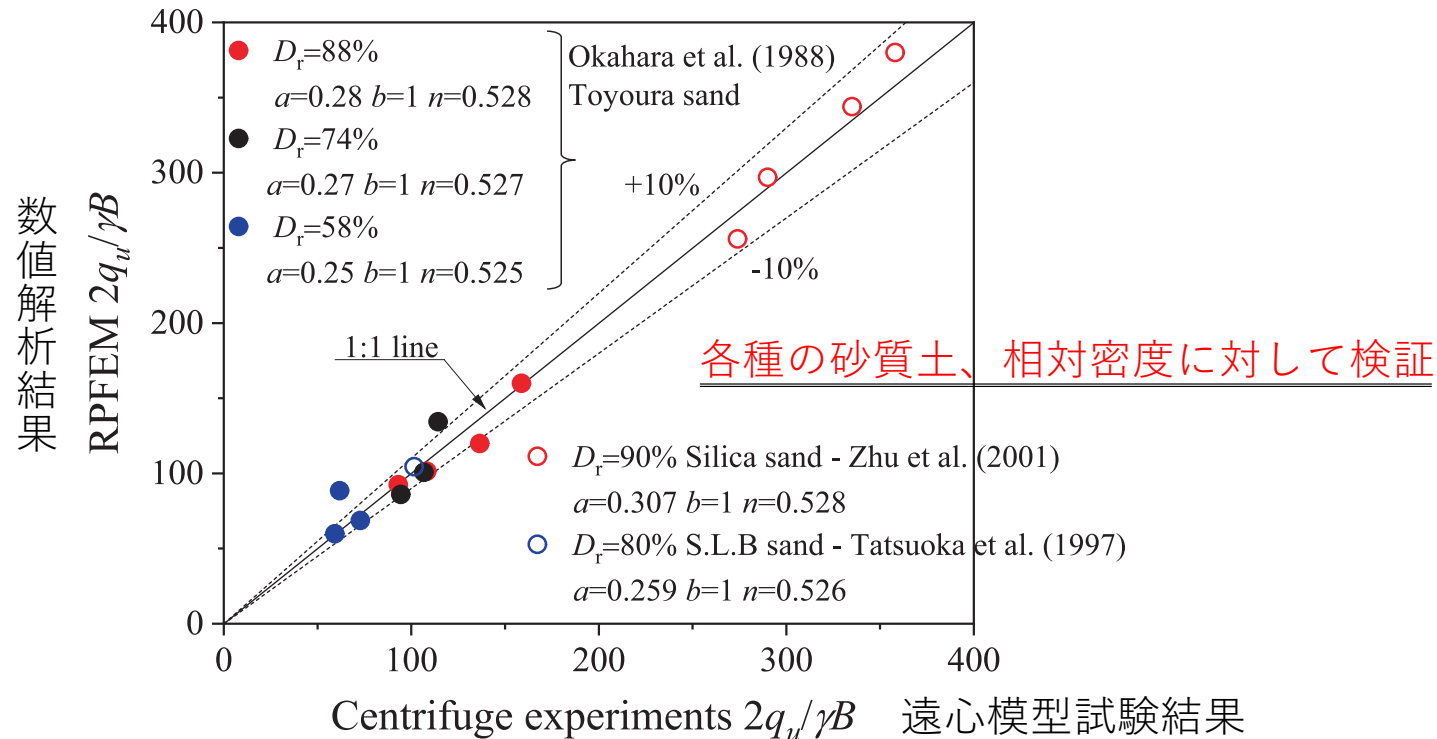


拘束圧に対する非線形せん断強度モデル

$$f(\sigma) = aI_1 + (J_2)^n = b$$

支持力解析手法の検証

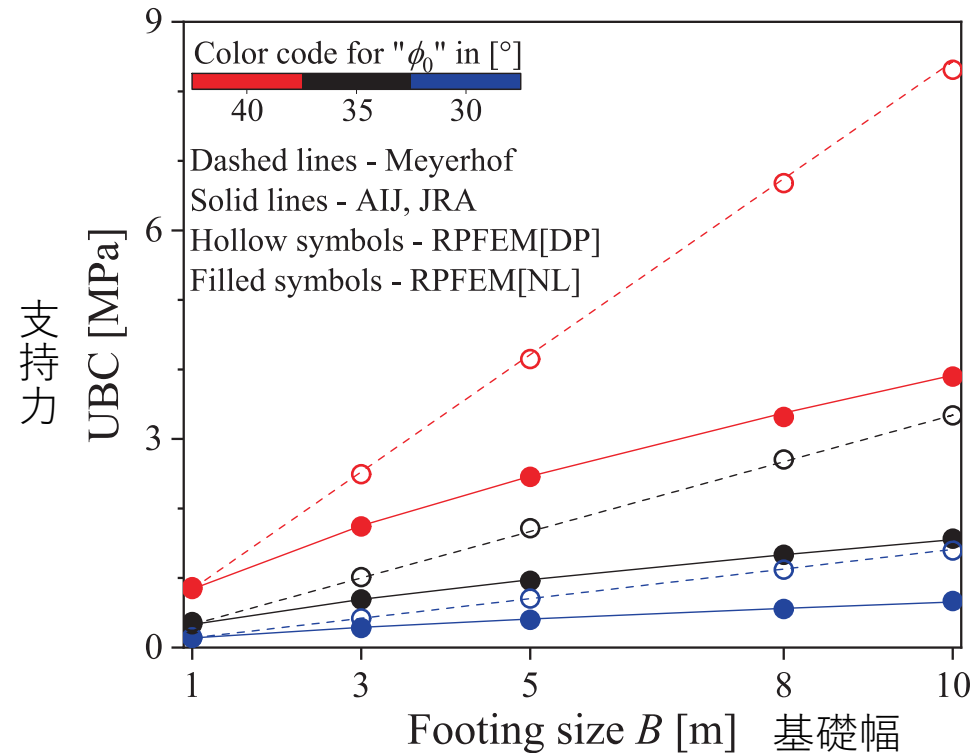
● 遠心模型支持力試験（砂質地盤）との比較



- 拘束圧に対する非線形強度を用いた解析は、遠心模型試験の結果と高々10%の誤差に収まる ➡ 支持力に及ぼす基礎の寸法効果を精度よく表現
- 寸法効果は進行性破壊によるが、拘束圧に対応する内部摩擦角を適用することで同様の効果が示された

砂質地盤の支持力

● 線形強度（慣用解析）と非線形強度の支持力比較



白抜き円：線形強度による支持力
色塗り円：非線形強度による支持力
破線：Meyerhofの支持力
実践：建築学会および道路橋示方書

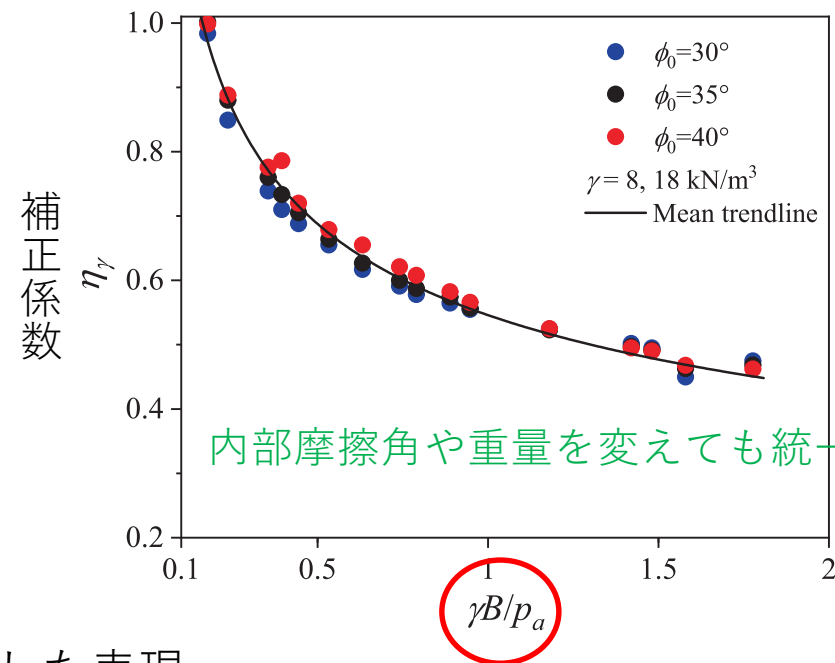
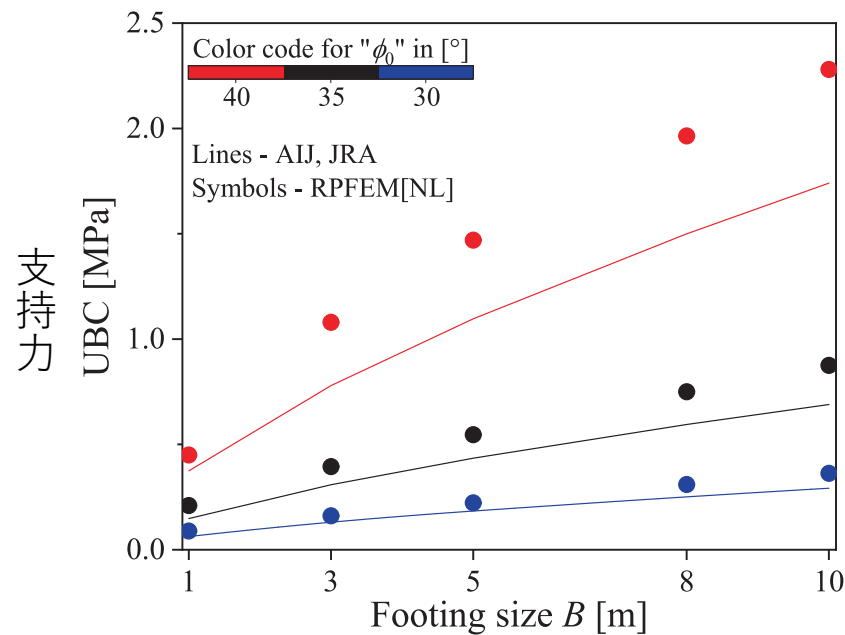
$$q = \frac{1}{2} \gamma B \eta N_\gamma, \eta = \left(\frac{B}{B_0} \right)^{-\frac{1}{3}}, B_0 = 1m \quad (1)$$

- 寸法効果による支持力の差異は（ ϕ が大きいほど）極めて大きい
- 基礎幅が1mを起点に両者の差異が大きくなる
- 建築学会構造指針および道路橋示方書とよく一致する（補正係数の妥当性）

支持力式（自重項）の検討と提案

● 寸法効果の表現

- 拘束圧に影響する因子は基礎幅のほか、地盤の単位体積重量がある
- 単位体積重量の影響分析（地下水位以深を考慮）



- 単位体積重量と基礎幅を基準化した表現

$$q = \frac{1}{2} \gamma B \eta_\gamma N_\gamma, \eta_\gamma = 0.65 \left(\frac{\gamma B}{p_a} \right)^{-\frac{1}{3}}$$

【閑話】 地盤の支持力と誤差要因①

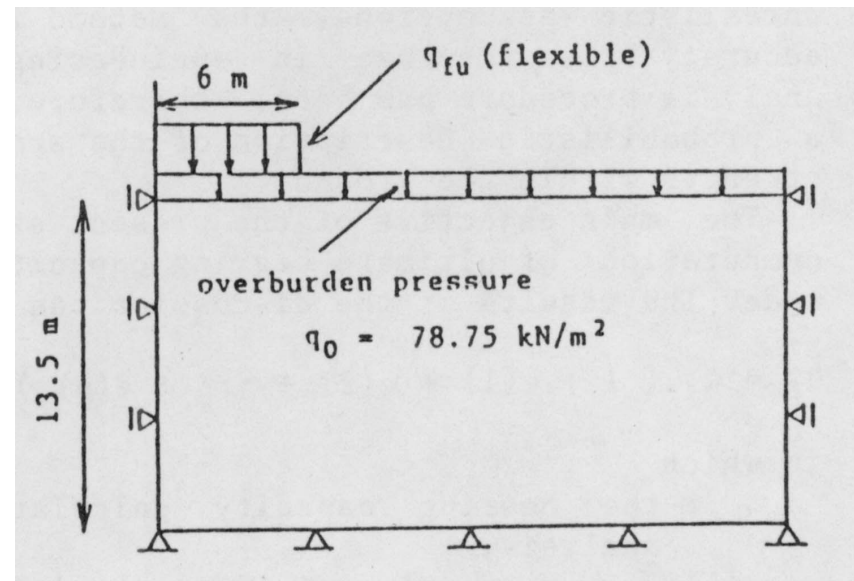
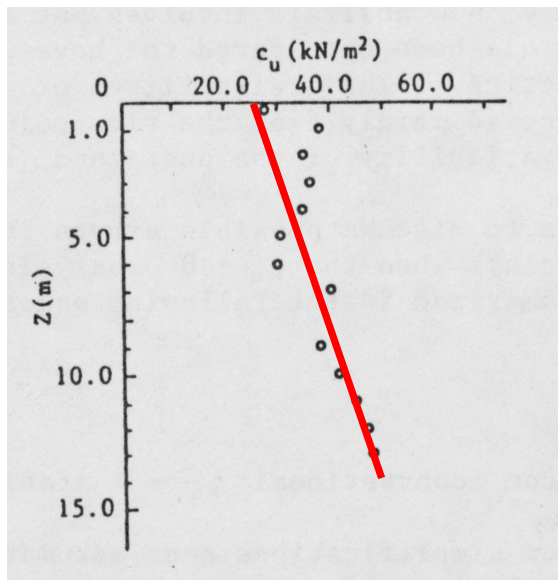


真の強さを学ぶ。
新潟大学
NIIGATA UNIVERSITY

● 粘性土地盤上の支持力

■ 対象地盤の強度プロフィール

非排水強度：深さ方向に c_u の線形強度を仮定

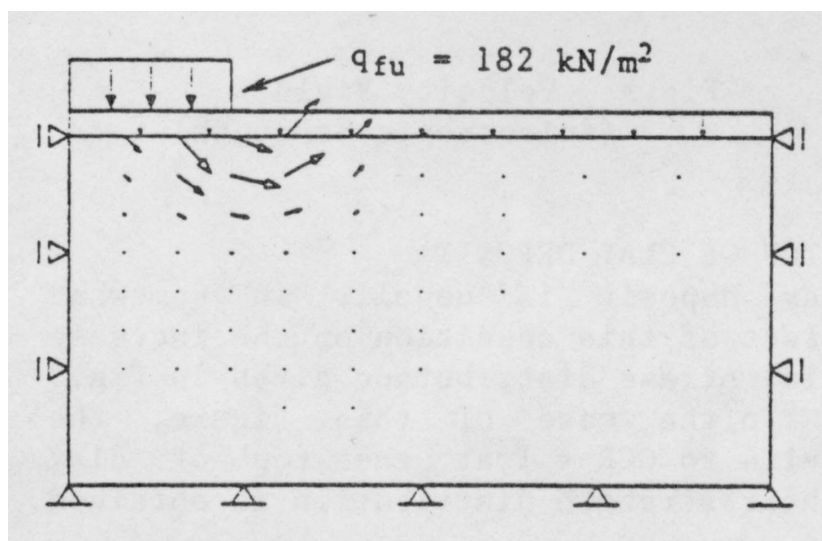


■ 慣用解析の支持力： $q = 157 \text{ kN/m}^2$

地盤の支持力と誤差要因②

- 誤差要因①：一軸試験結果を平面ひずみ条件での強度へ変更

- 一軸試験は軸対称の破壊形態であり、2次元平面ひずみ条件とは破壊形態が異なるため、応力状態（中間主応力）が異なる

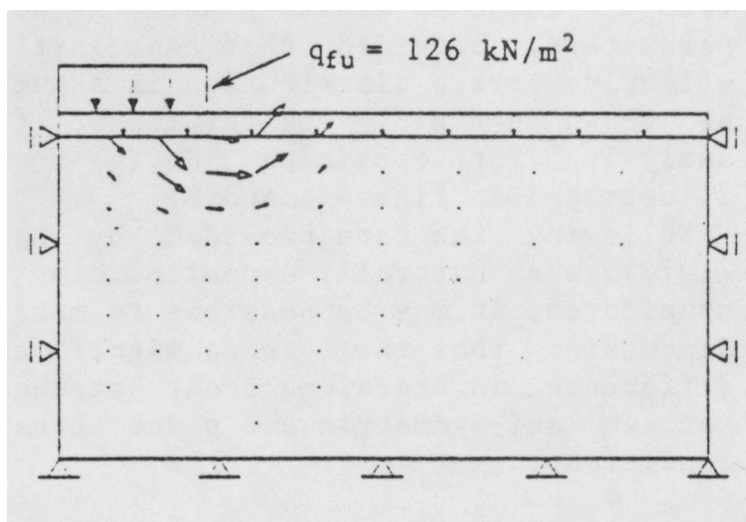


- 誤差要因①を考慮した支持力： $q = 182 \text{ kN/m}^2$
 $q = 157 \text{ kN/m}^2$ (慣用解析) $\Rightarrow$ $q = 182 \text{ kN/m}^2$ (要因①)

地盤の支持力と誤差要因③

● 誤差要因②：自然堆積粘土の強度異方性

- 自然堆積粘土は堆積環境に基づいて強度異方性を示すことが多い



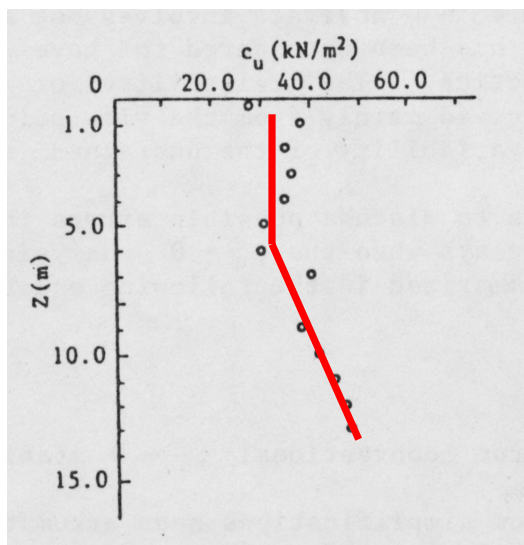
- 誤差要因① + ②を考慮した支持力： $q = 126 \text{ kN/m}^2$

$$q = 182 \text{ kN/m}^2 \text{ (要因①)} \quad \Rightarrow \quad q = 126 \text{ kN/m}^2 \text{ (要因① + ②)}$$

地盤の支持力と誤差要因④

● 誤差要因③：表層付近での過圧密による強度増加

■ 対象とする強度プロファイルの見直し



■ 誤差要因① + ② + ③を考慮した支持力： $q = 142 \text{ kN/m}^2$

$$q = 126 \text{ kN/m}^2 \text{ (要因① + ②)} \Rightarrow q = 142 \text{ kN/m}^2 \text{ (要因① + ② + ③)}$$

地盤の支持力と誤差要因⑤

● 誤差要因④：構造部建設中の圧密による地盤の強度増加

- 建設過程を漸増載荷と仮定して、軟弱地盤の圧密解析から地盤の強度増加を加味した

$$\dot{q} = 2kN/m^2day \text{ (構造物の載荷速度)} \quad k = 1.5 \times 10^{-5} m/day \text{ (地盤の透水係数)}$$

● プラスとマイナスの誤差がキャンセル・アウトする構造【優れた設計法】

事 例	着目した誤差要因	誤差要因	支持力(kN/m ²)
慣用解析	—	—	157
case A	供試体と地盤の破壊条件の差異 (①)	①	182
case B	せん断強度の異方性 (②)	①+②	126
case C	地表面での過圧密特性 (③)	①+②+③	142
case D	建設中の圧密によるせん断強度の増加 (④)	①+②+③+④	159