公益社団法人地盤工学会北陸支部

土質力学講座

「土圧」

富山大学　都市デザイン学部
都市･交通デザイン学科
竜田 尚希

「土圧」とは

土の中の構造物が土から受ける「圧力」のこと。

土の中の構造物として例えば、
・地盤の崩壊を防ぐための擁壁
・掘削工事を安全に行うための土留め壁
・建築物地下の壁
etc

土圧を受ける構造物：擁壁

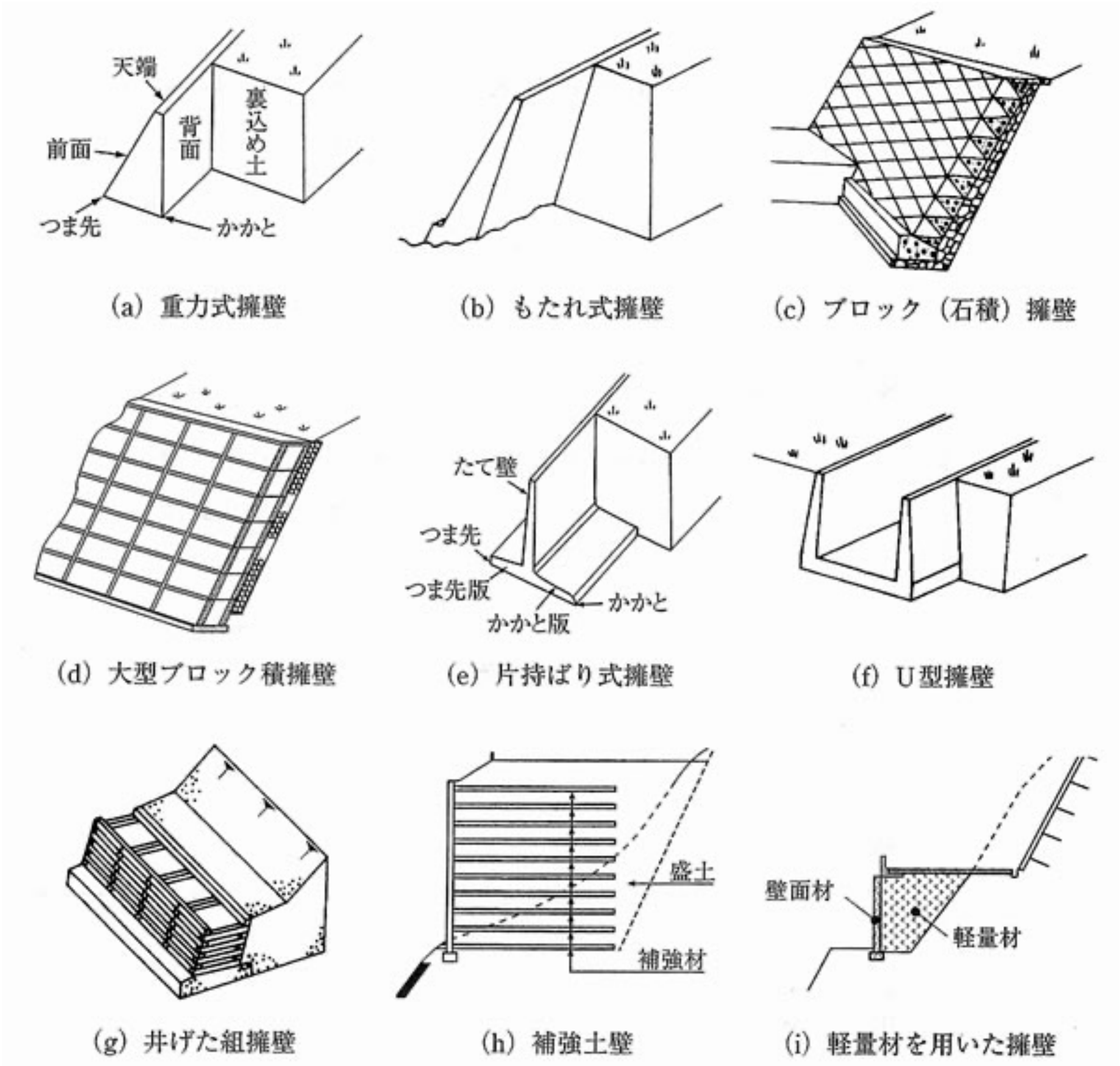
片持ち梁式擁壁（L型擁壁）

ブロック積み擁壁

片持ち梁式擁壁（L型擁壁）

石垣（ブロック積み擁壁）

擁壁の形式



社団法人日本道路協会：擁壁工指針（平成24年度版），pp6-10，2012.7

土圧を受ける構造物：擁壁

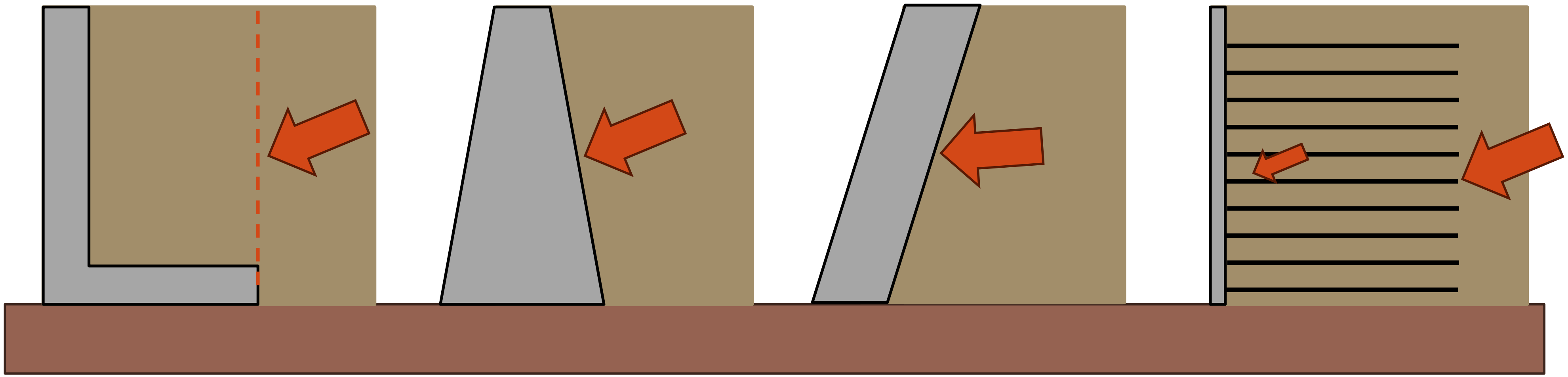
L型擁壁

井桁擁壁

補強土壁

補強土壁

擁壁の形式と土圧の関係



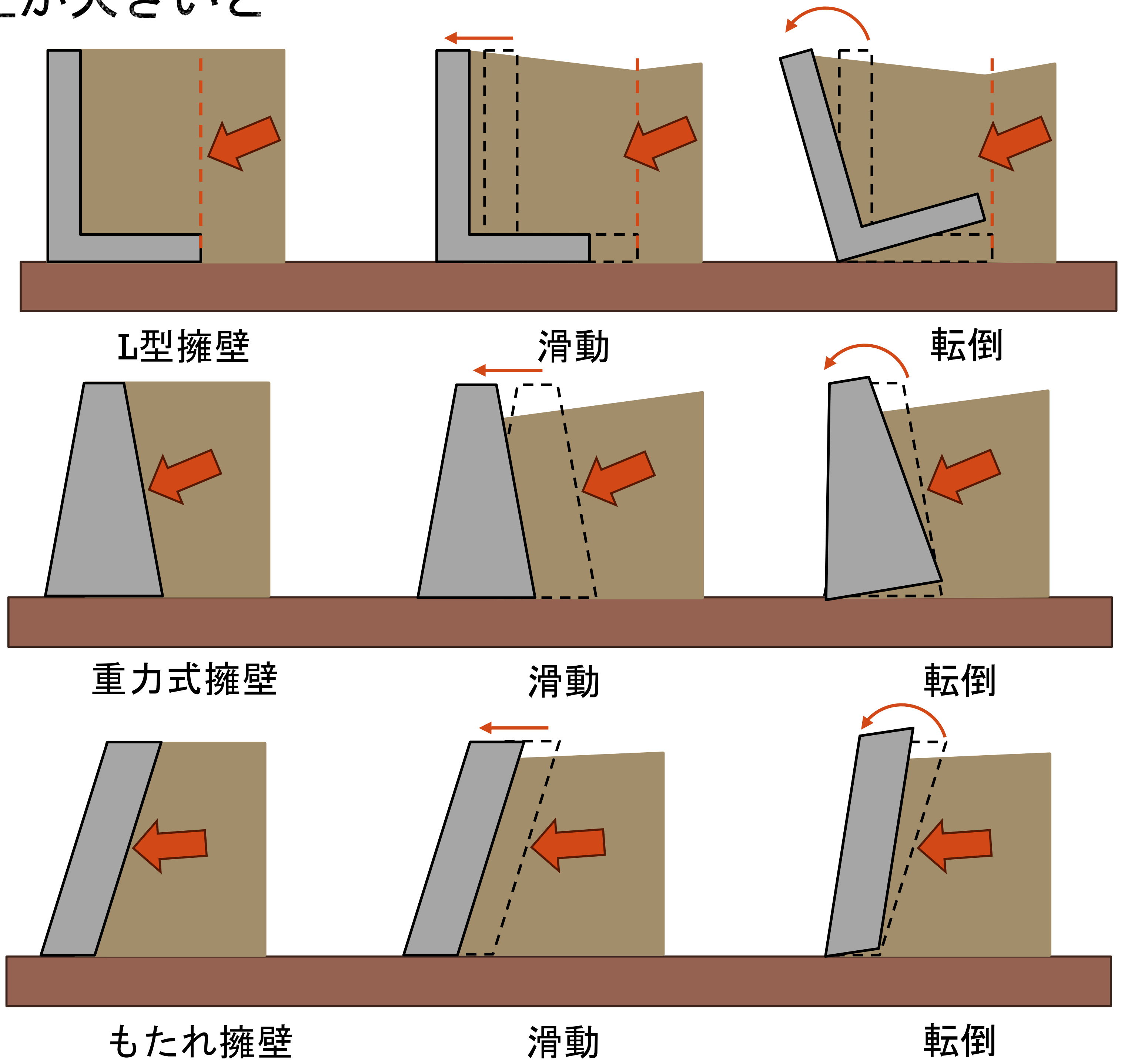
L型擁壁　重力式擁壁　もたれ擁壁　補強土壁

土圧を擁壁と土の自重で支える

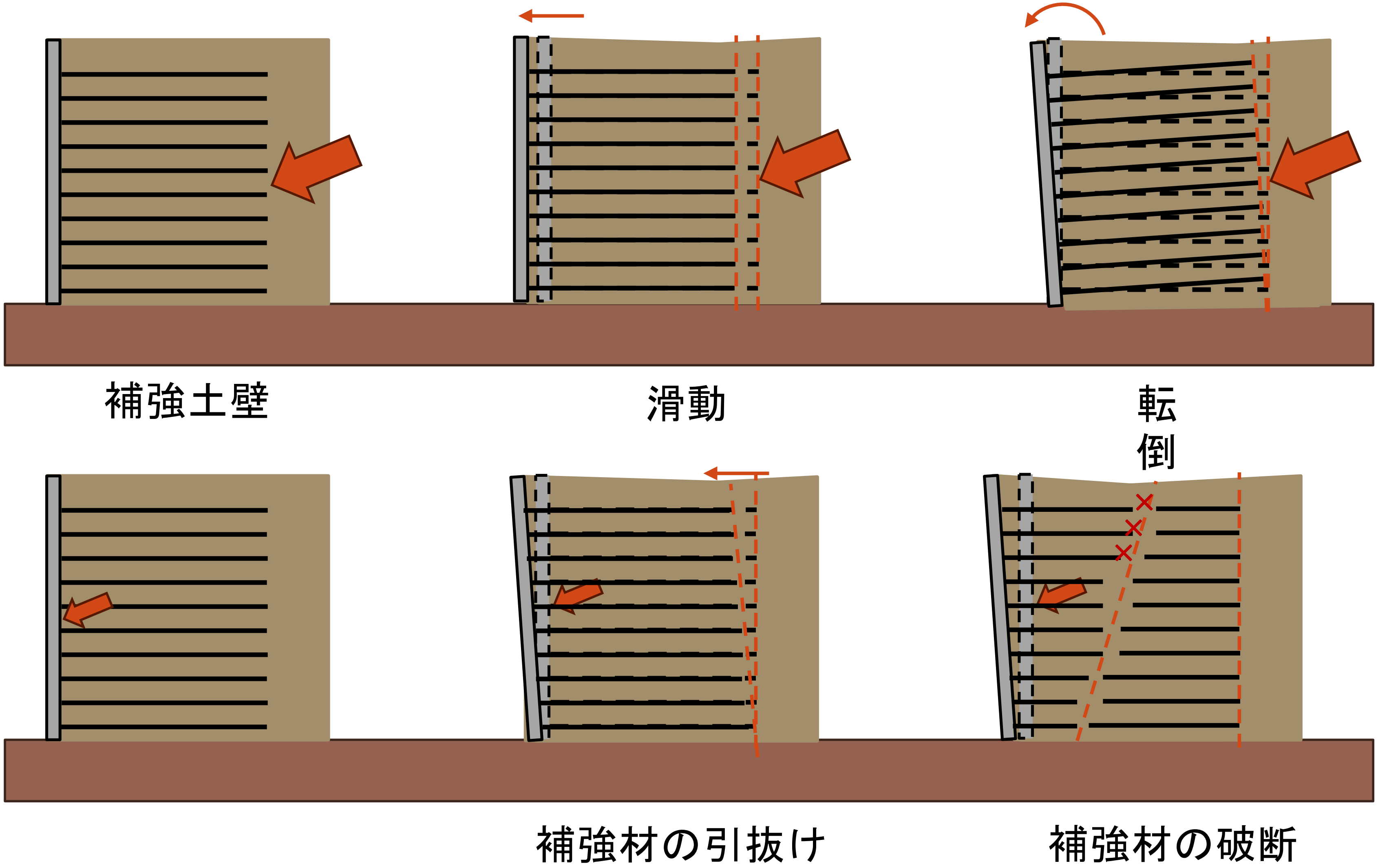
土圧を擁壁の自重のみで支える

土を補強することで、壁にかかる土圧を小さくして支える

土圧が大きいと



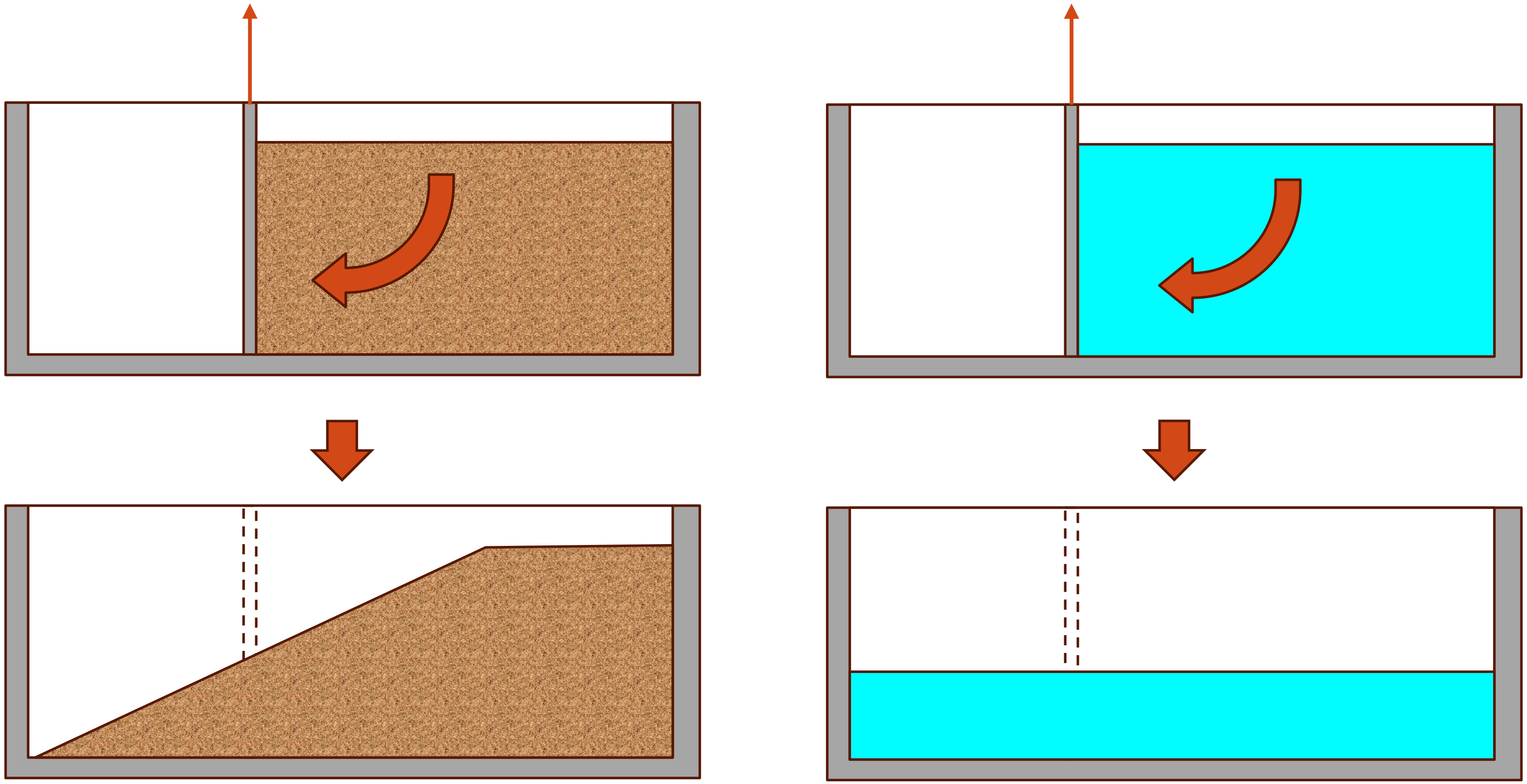
土圧が大きいと



このようなことが生じないように、
土圧を正しく算定して、擁壁の設計を行う。

壁が土から受ける圧力「土圧」とは

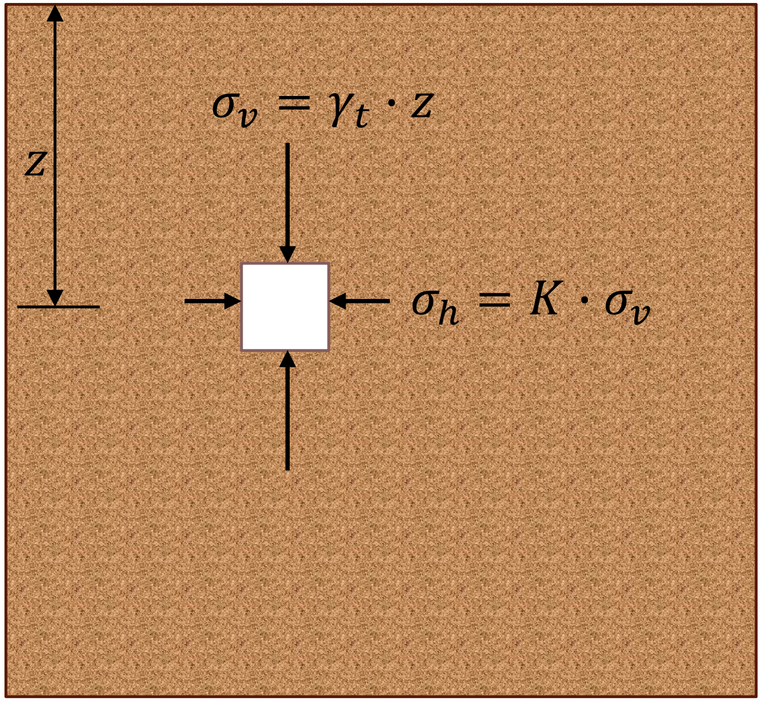
水圧と比較すると…
土と水の違いは…

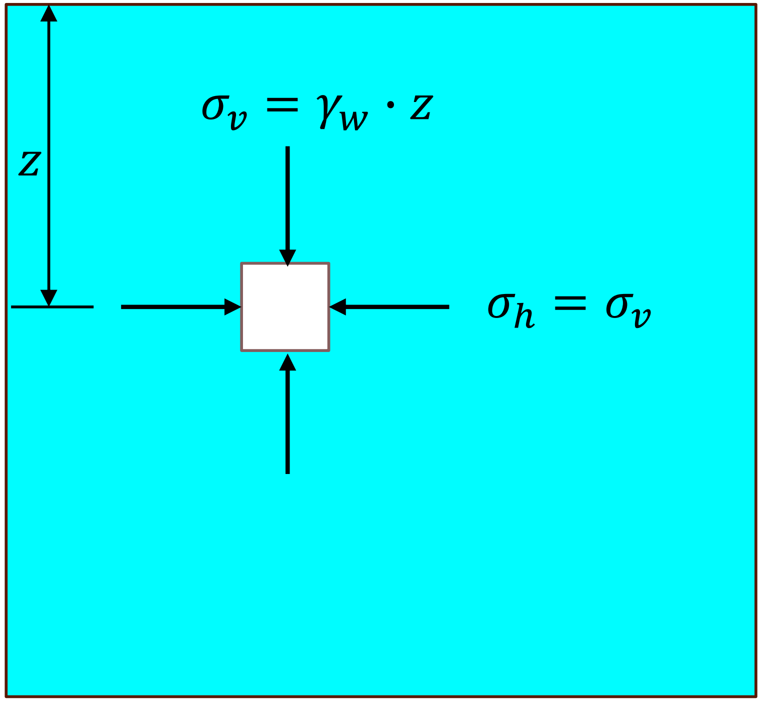


粒状体の土には、
摩擦（内部摩擦角）がある。

液体の水には、
摩擦（内部摩擦角）がない。

土圧と水圧の違い





土圧は等方に圧力がかからない

水圧は等方に圧力がかかる

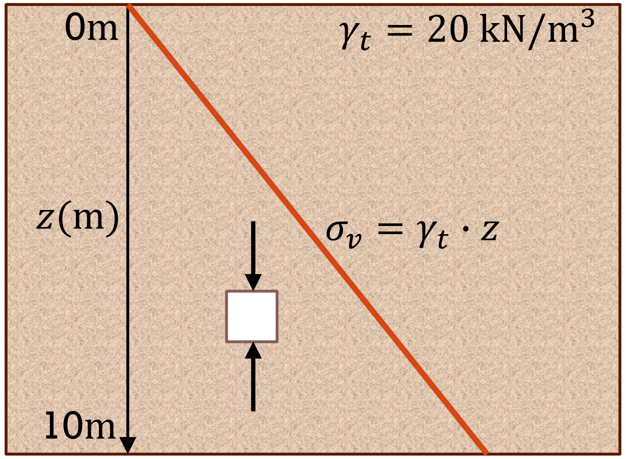
土圧係数：$K = \dfrac{\sigma_h}{\sigma_v}$

水圧は常に、$\dfrac{\sigma_h}{\sigma_v} = 1$

土圧係数Kは、土の種類や状態によって変化する。

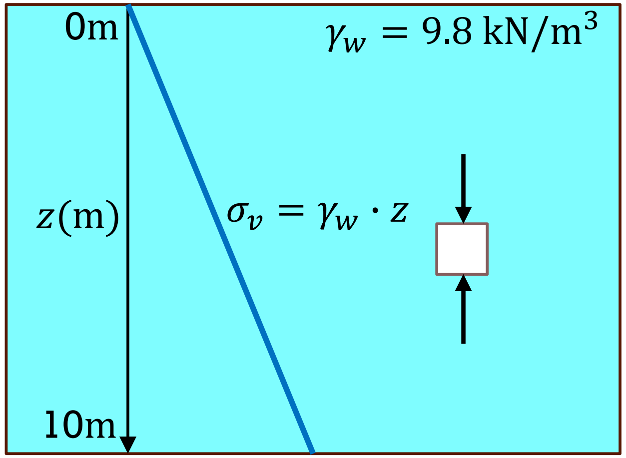
土圧と水圧の違い

土の鉛直方向の圧力分布



$\sigma_v = 200\ kN/m^2$

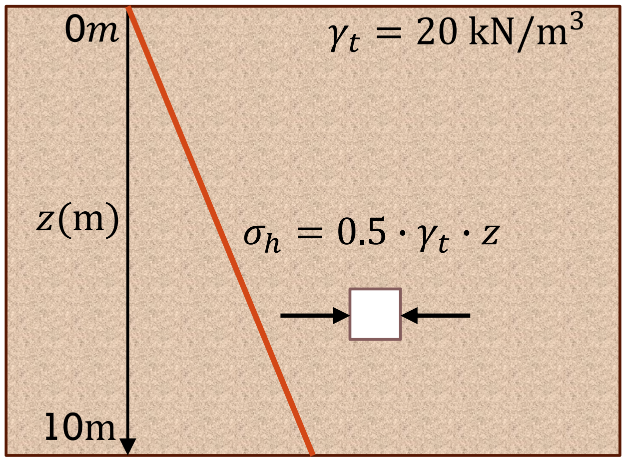
水の鉛直方向の圧力分布



$\sigma_v = 98\ kN/m^2$

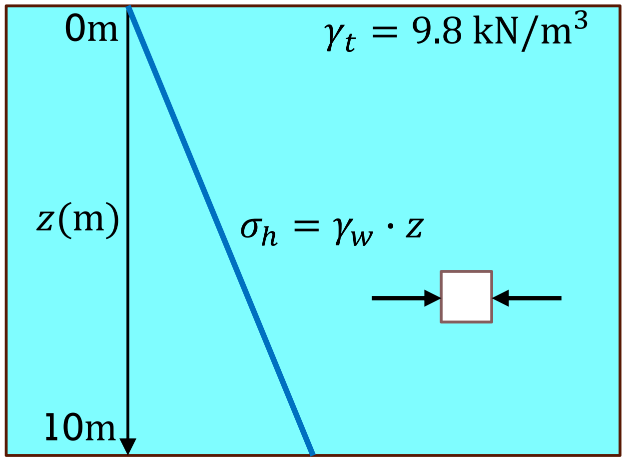
静止土圧係数：$K_0 = 0.5$とすると、

土の水平方向の圧力分布



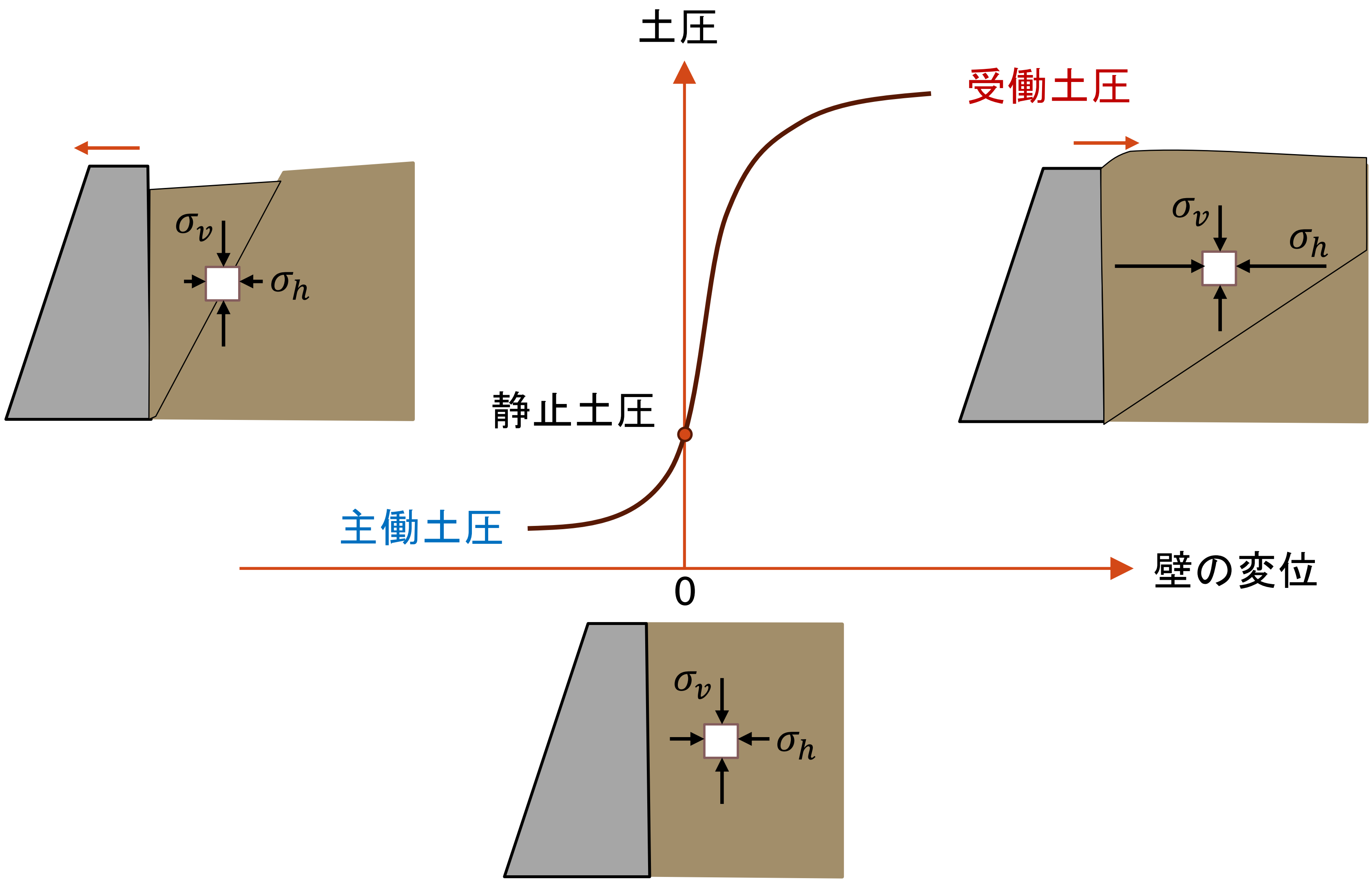
$\sigma_h = 100\ \mathrm{kN/m^2}$

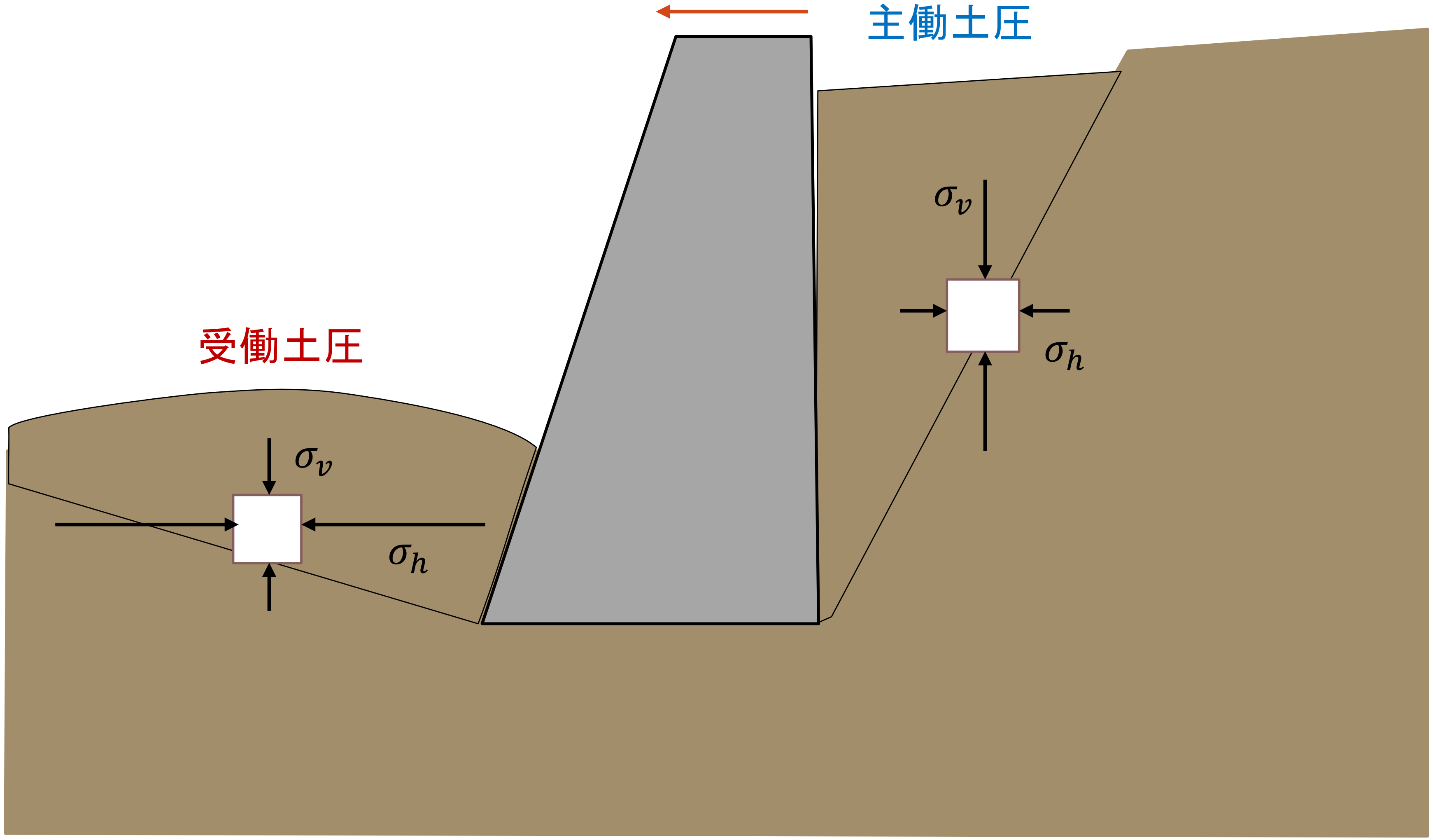
土の水平方向の圧力分布



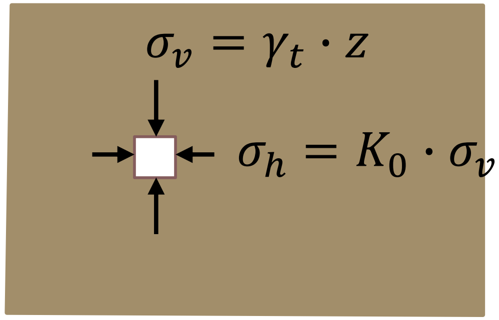
$\sigma_h = 98\ \mathrm{kN/m^2}$

土圧係数について


土圧
受働土圧
静止土圧
主働土圧
壁の変位
0
σ_v
σ_h
σ_v
σ_h
σ_v
σ_h


主働土圧
受働土圧
σ_v
σ_h
σ_v
σ_h

静止土圧：地盤が静止状態にあるときの水平応力



Jaky（ヤーキー）の経験式

静止土圧係数：$K_0 = 1 - \sin\phi$

ϕ：土の内部摩擦角

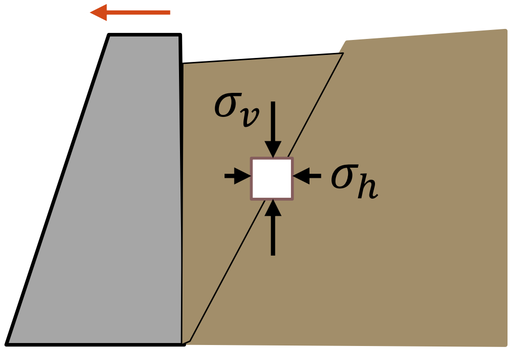
土圧係数：$K_0 = \dfrac{\sigma_h}{\sigma_v}$

例えば、$\phi = 30°$の時、$K_0 = 0.5$

静止土圧係数（K_0）の概略値			
柔らかい粘土	硬い粘土	緩い砂	砂利
1.0	0.8	0.6	0.4

主働土圧と受働土圧

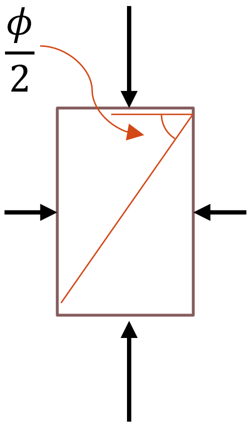
主働土圧
(active earth pressure)



鉛直応力が卓越して
土が破壊状態にある
ときの水平応力

$\sigma_v = \gamma_t \cdot z$

$45° + \frac{\phi}{2}$

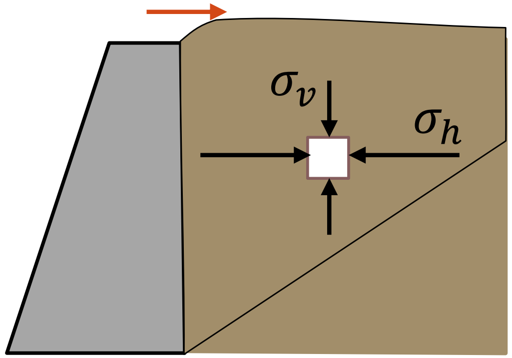


K_a ：主働土圧係数

$\sigma_h = K_a \cdot \sigma_v$

$K_a < K_0$

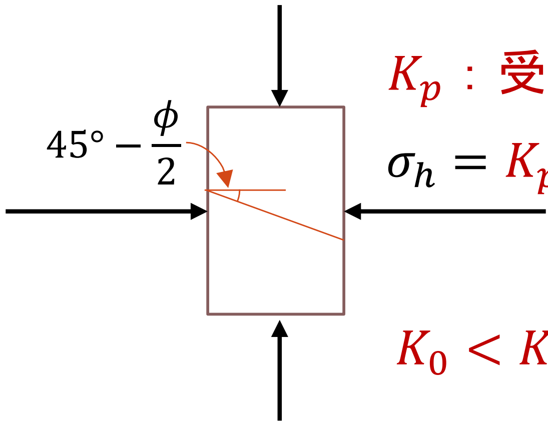
受働土圧
(passive earth pressure)



水平応力が卓越して
土が破壊状態にある
ときの水平応力

$\sigma_v = \gamma_t \cdot z$

$45° - \frac{\phi}{2}$

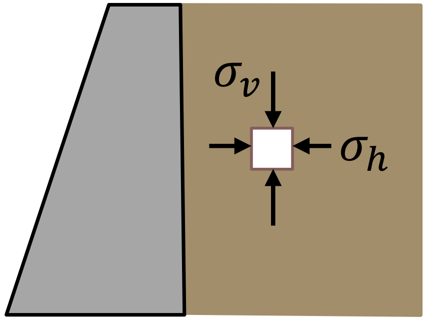


K_p ：受働土圧係数

$\sigma_h = K_p \cdot \sigma_v$

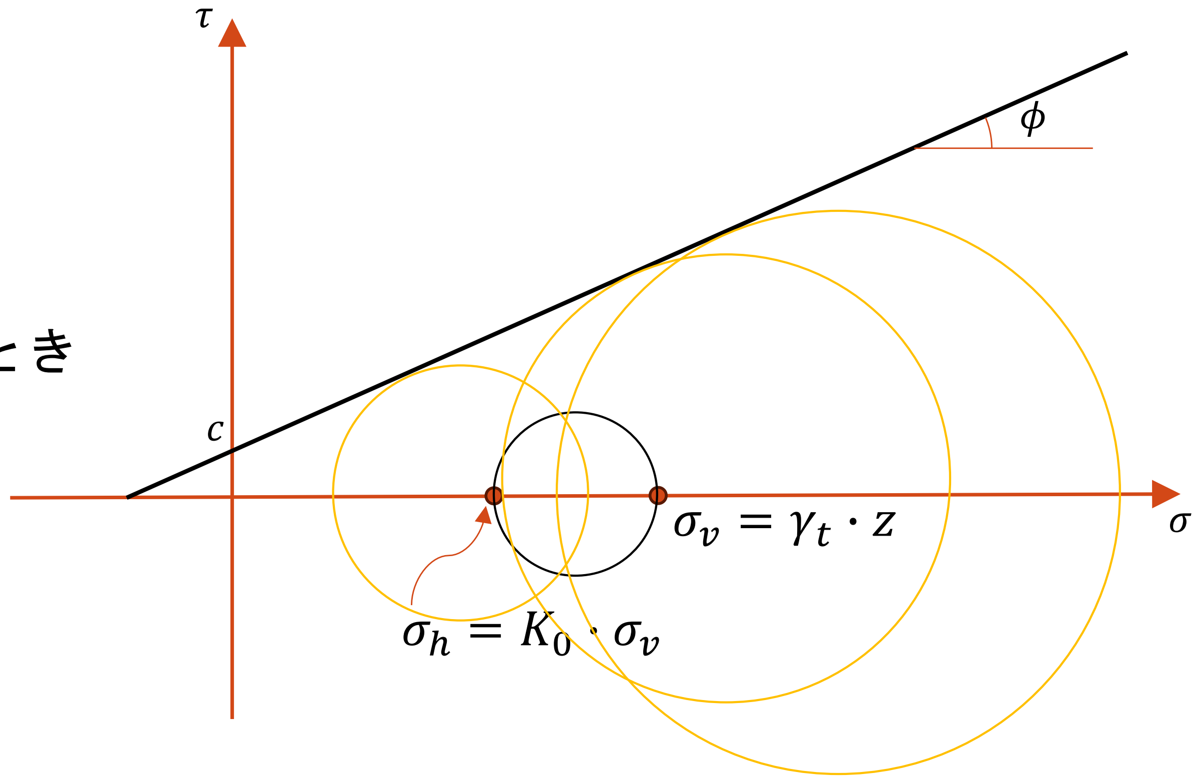
$K_0 < K_p$

モールの応力円（静止土圧）

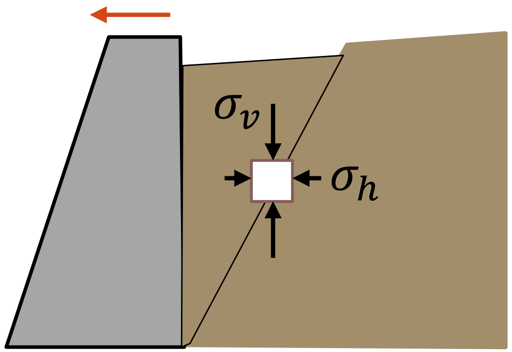


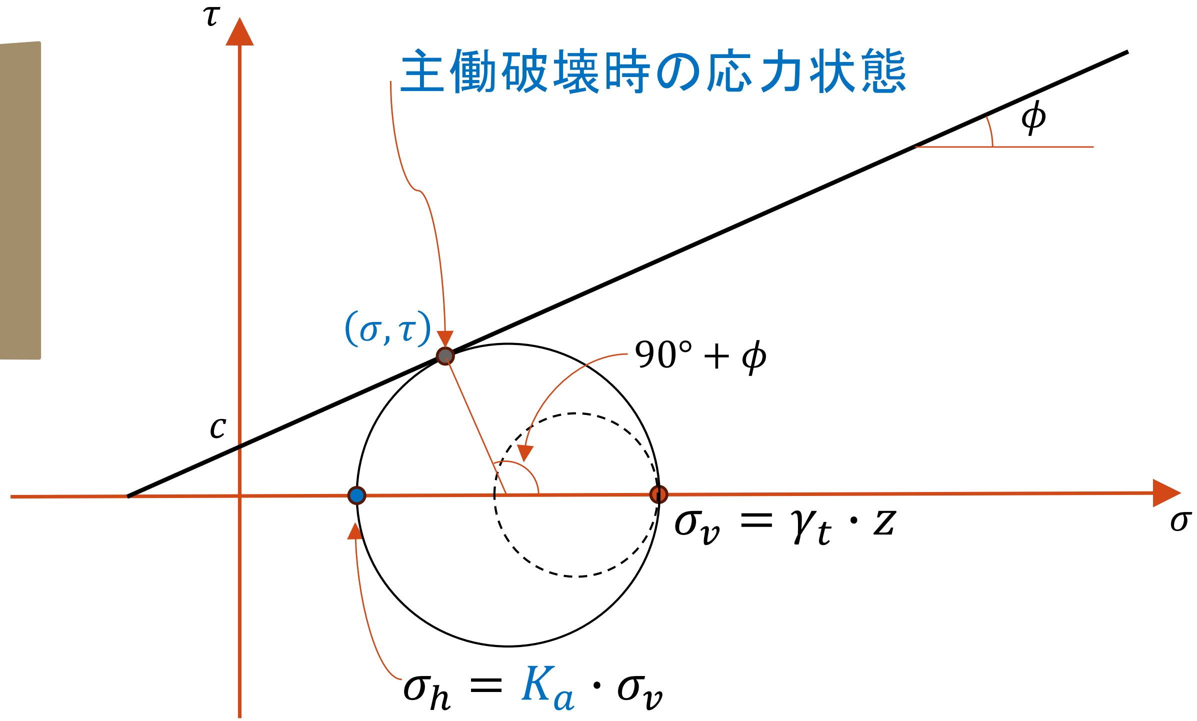
地盤が静止状態のとき
（安定した状態）

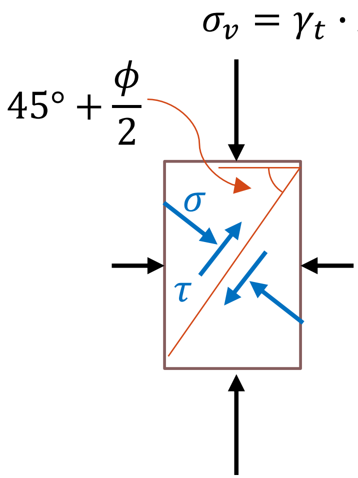
クーロンの破壊基準　$\tau = c + \sigma \cdot \tan \phi$



モールの応力円（主働土圧）





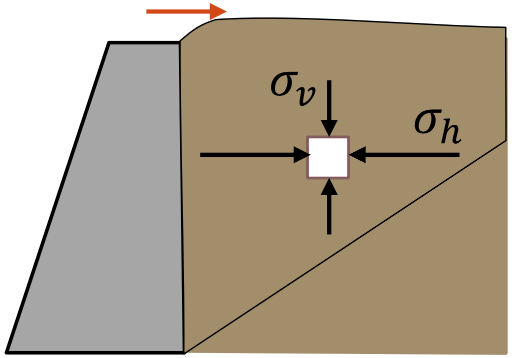


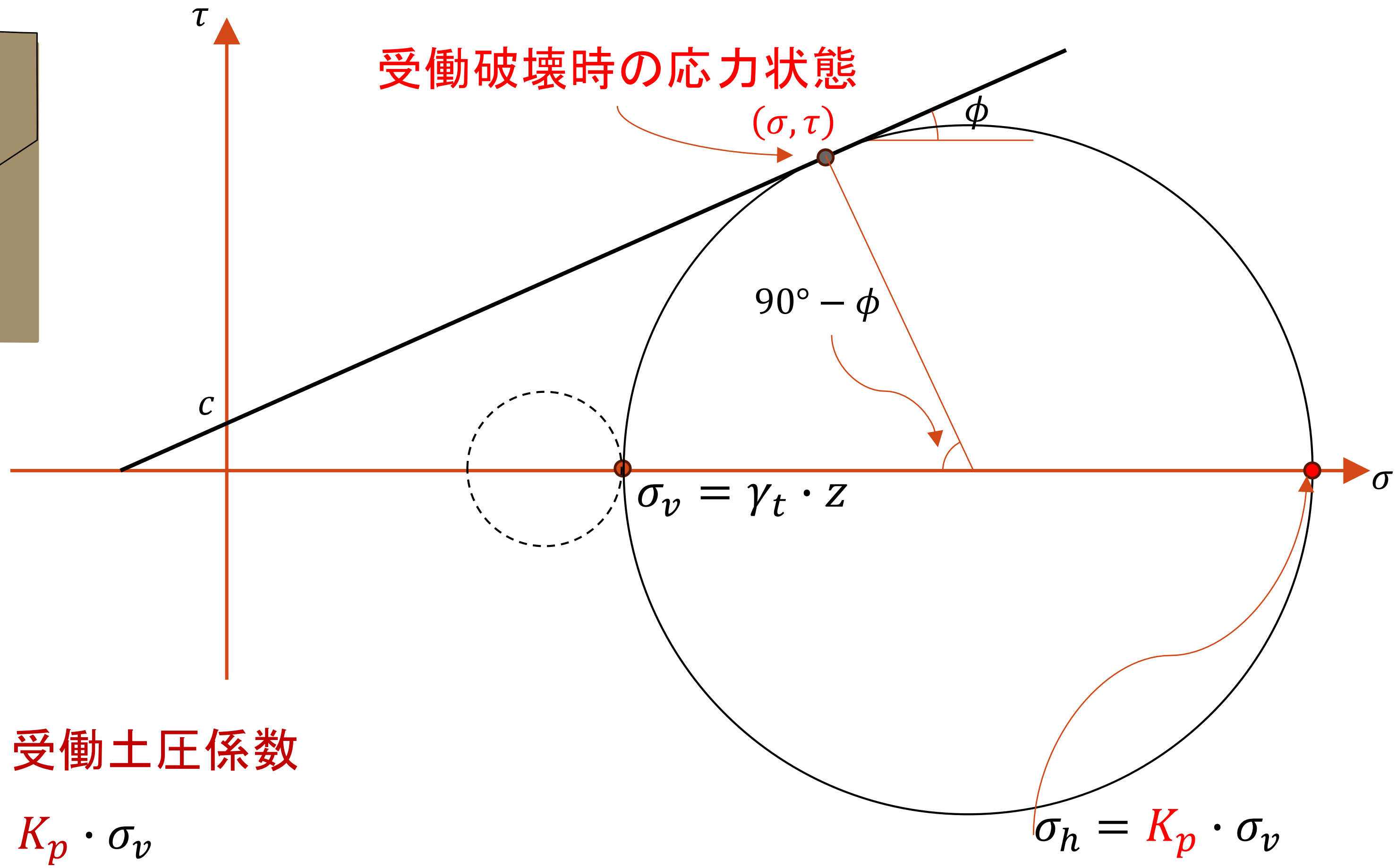
$\sigma_h = K_a \cdot \sigma_v$

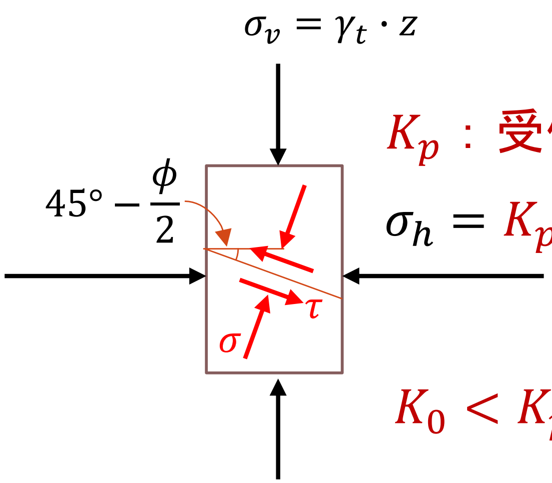
K_a：主働土圧係数

$K_a < K_0$

モールの応力円（受働土圧）





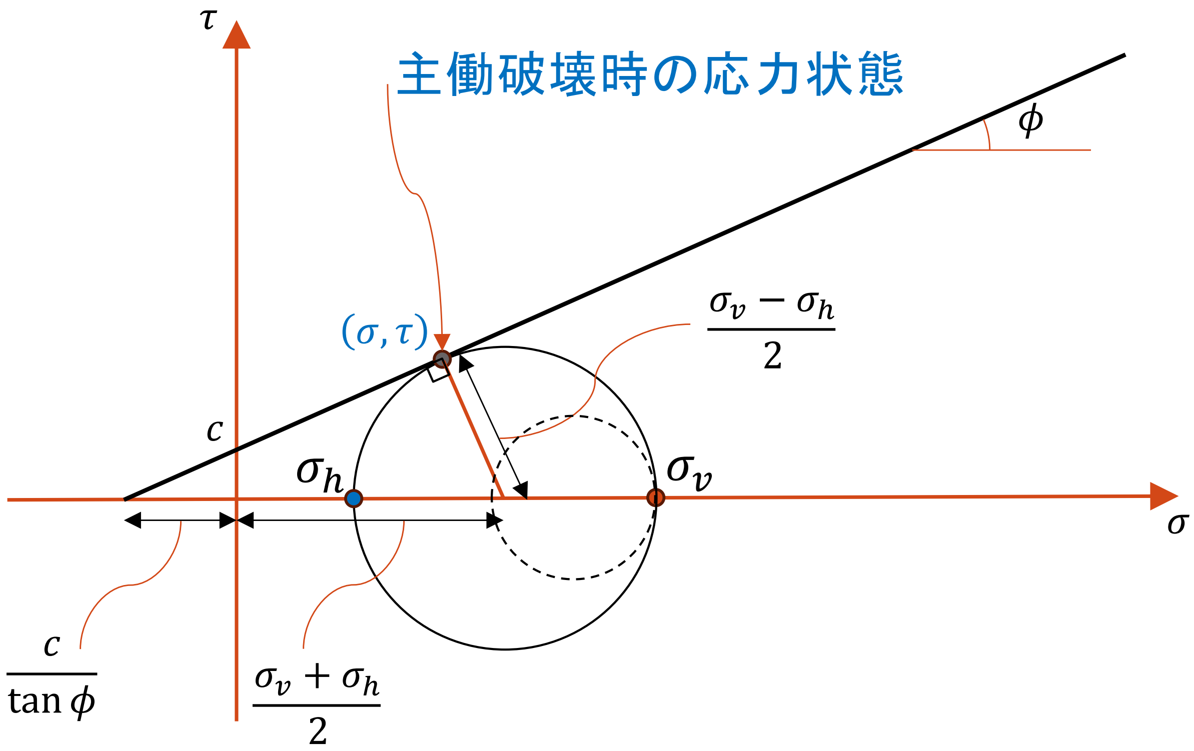


K_p：受働土圧係数

$\sigma_h = K_p \cdot \sigma_v$

$K_0 < K_p$

ランキンの土圧理論（主働土圧の計算）



$$\left(\frac{c}{\tan\phi} + \frac{\sigma_v + \sigma_h}{2}\right)\sin\phi = \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2}$$

ランキンの土圧理論（主働土圧の計算）

$$\left(\frac{c}{\tan\phi}+\frac{\sigma_v+\sigma_h}{2}\right)\sin\phi=\frac{\sigma_v-\sigma_h}{2}$$

$$2c\cdot\cos\phi+(\sigma_v+\sigma_h)\sin\phi=\sigma_v-\sigma_h$$

$$\sigma_h(1+\sin\phi)=\sigma_v(1-\sin\phi)-2c\cdot\cos\phi$$

$$\sigma_h=\sigma_v\frac{1-\sin\phi}{1+\sin\phi}-2c\frac{\cos\phi}{1+\sin\phi}$$

$$\sigma_h=\sigma_v\cdot\tan^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)-2c\tan\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)$$

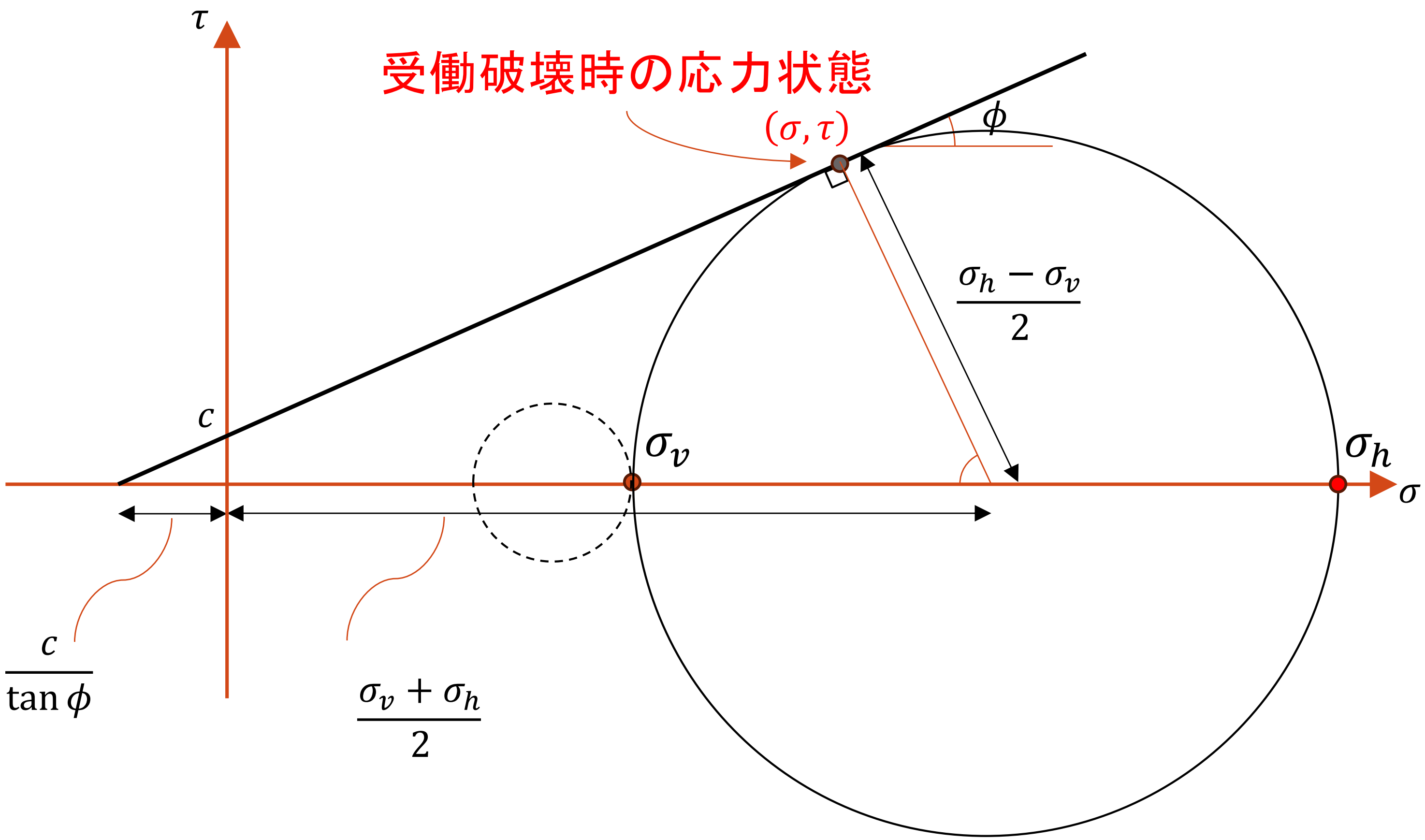
ここで、主働土圧係数： $K_a=\frac{1-\sin\phi}{1+\sin\phi}=\tan^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)$とおくと

$$\sigma_h=\sigma_v\cdot K_a-2c\sqrt{K_a}$$

例えば砂地盤として$c=0$とすると、

$$\sigma_h=\sigma_v\cdot K_a$$

ランキンの土圧理論（受働土圧の計算）



$$\left(\frac{c}{\tan\phi}+\frac{\sigma_v+\sigma_h}{2}\right)\sin\phi=\frac{\sigma_h-\sigma_v}{2}$$

ランキンの土圧理論（受働土圧の計算）

$$\left(\frac{c}{\tan\phi}+\frac{\sigma_v+\sigma_h}{2}\right)\sin\phi=\frac{\sigma_h-\sigma_v}{2}$$

$$2c\cdot\cos\phi+(\sigma_v+\sigma_h)\sin\phi=\sigma_h-\sigma_v$$

$$\sigma_h(1-\sin\phi)=\sigma_v(1+\sin\phi)+2c\cdot\cos\phi$$

$$\sigma_h=\sigma_v\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}+2c\frac{\cos\phi}{1-\sin\phi}$$

$$\sigma_h=\sigma_v\cdot\tan^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)-2c\tan\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)$$

ここで、受働土圧係数： $K_p=\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}=\tan^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)$とおくと

$$\sigma_h=\sigma_v\cdot K_p+2c\sqrt{K_p}$$

例えば砂地盤として$c=0$とすると、

$$\sigma_h=\sigma_v\cdot K_p$$

ランキンの土圧理論（主働土圧係数と受働土圧係数）

主働土圧係数：

$$K_a = \frac{1-\sin\phi}{1+\sin\phi} = \tan^2\left(45° - \frac{\phi}{2}\right)$$

受働土圧係数：

$$K_p = \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi} = \tan^2\left(45° + \frac{\phi}{2}\right)$$

主働土圧係数と受働土圧係数は、互いに逆数の関係にある。

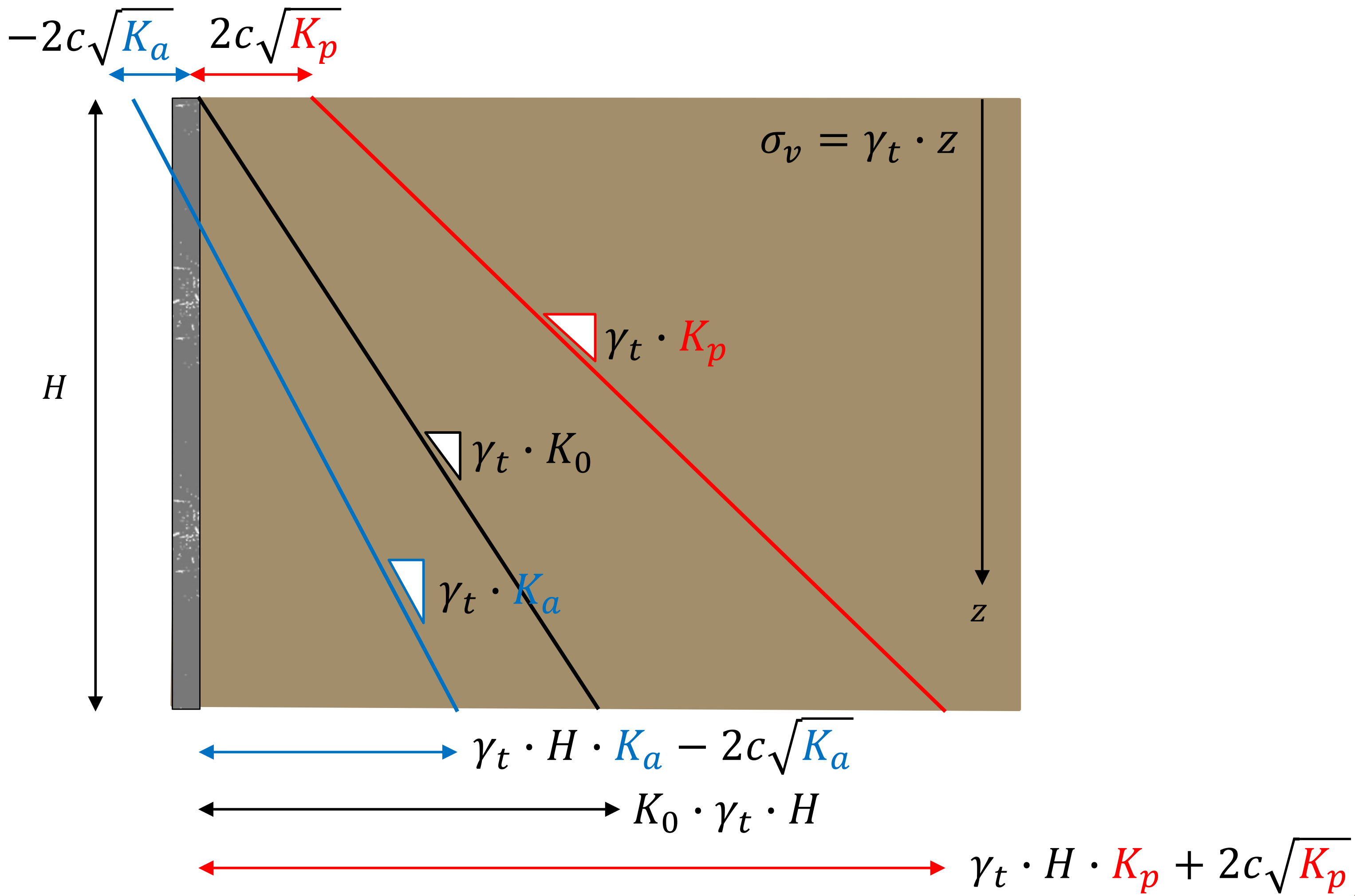
$$K_a \cdot K_p = \frac{1-\sin\phi}{1+\sin\phi} \cdot \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi} = 1$$

ランキンの土圧理論（土圧分布）

静止土圧：$\sigma_{h0} = K_0 \cdot \sigma_v$

主働土圧：$\sigma_{ha} = \sigma_v \cdot K_a - 2c\sqrt{K_a}$

受働土圧：$\sigma_{hp} = \sigma_v \cdot K_p + 2c\sqrt{K_p}$



ランキンの土圧理論（主働土圧分布→主働土圧合力の算定）

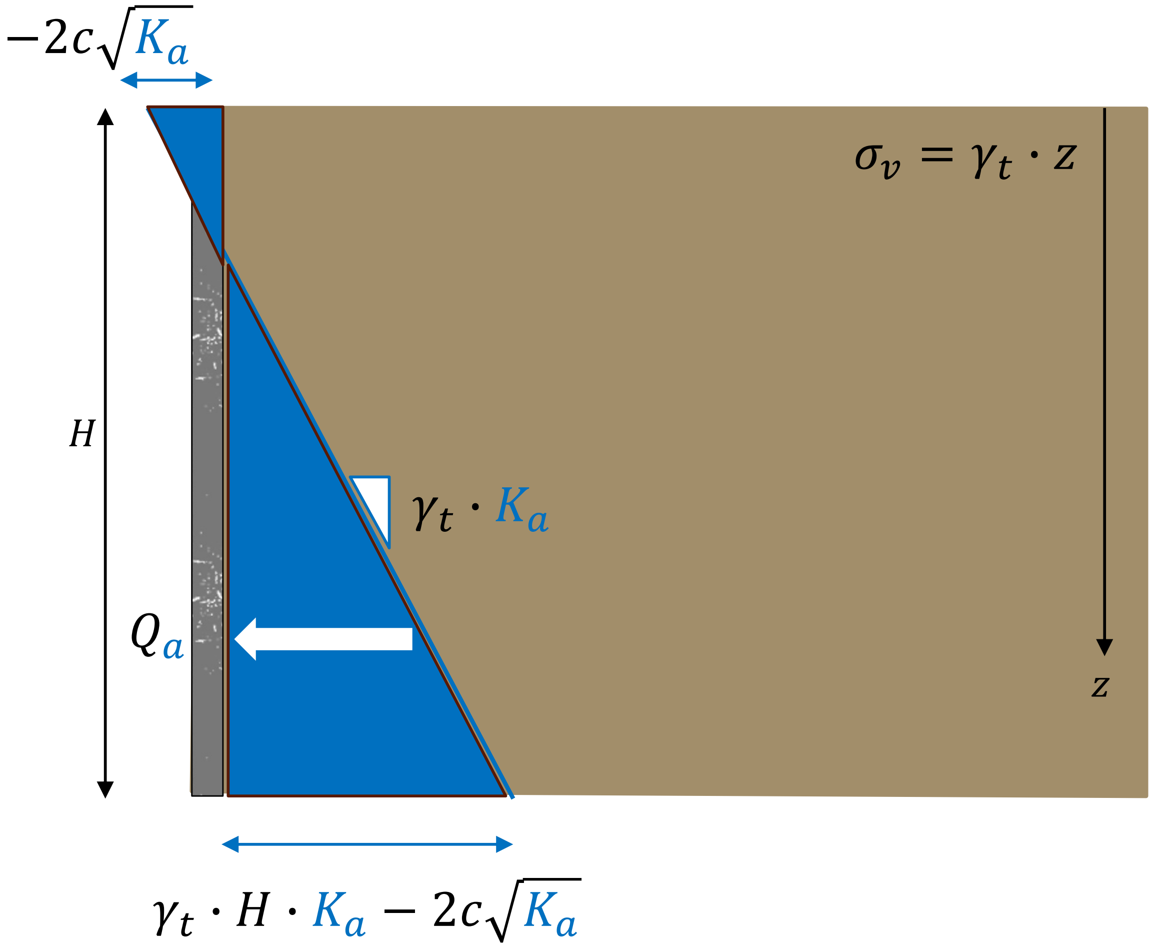
主働土圧（応力）：$\sigma_{ha} = \sigma_v \cdot K_a - 2c\sqrt{K_a}$

主働土圧合力：
主働土圧の分布を深さ方向に積分する

$$Q_a = \int_0^H \sigma_{ha} dz$$

$$= \int_0^H \left(\gamma_t \cdot z \cdot K_a - 2c\sqrt{K_a}\right) dz$$

$$= \frac{1}{2} H^2 \cdot \gamma_t \cdot K_a - 2c \cdot H\sqrt{K_a}$$



ランキンの土圧理論（主働土圧分布→主働土圧合力の算定）

粘着力により浅い深さの土が自立する。

主働土圧（応力）：$\sigma_{ha} = \sigma_v \cdot K_a - 2c\sqrt{K_a}$

$$Q_a = \frac{1}{2}H^2 \cdot \gamma_t \cdot K_a - 2c \cdot H\sqrt{K_a} \leq 0$$

のとき、壁がなくても土は自立する。

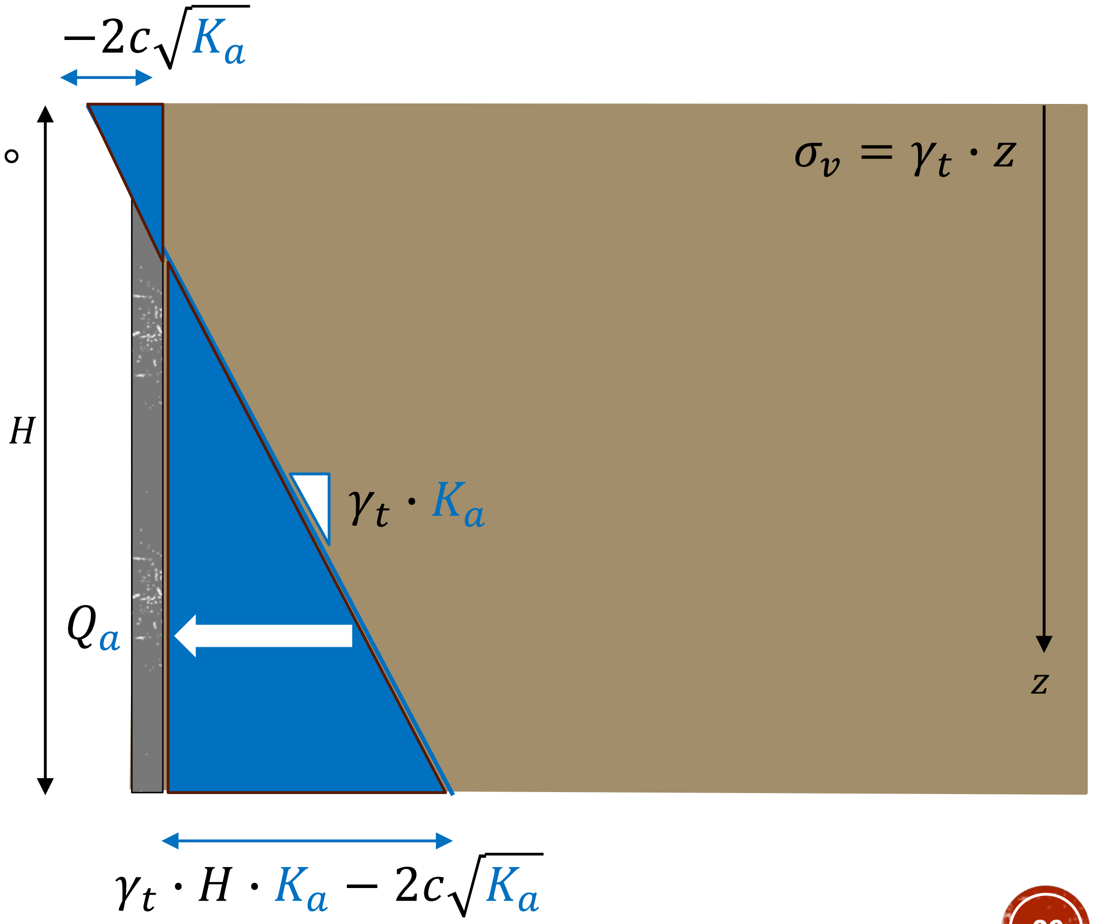
$$\frac{1}{2}H^2 \cdot \gamma_t \cdot K_a \leq 2c \cdot H\sqrt{K_a}$$

$$H \leq \frac{4c \cdot \sqrt{K_a}}{\gamma_t \cdot K_a}$$

$\phi = 0°$とすると、$K_a = 1$となり、

$$H \leq \frac{4c}{\gamma_t}$$

の高さでで自立する。



ランキンの土圧理論（主働土圧分布→主働土圧合力の算定）

例えば、細粒分のない砂として、　粘着力$c = 0$　としたとき

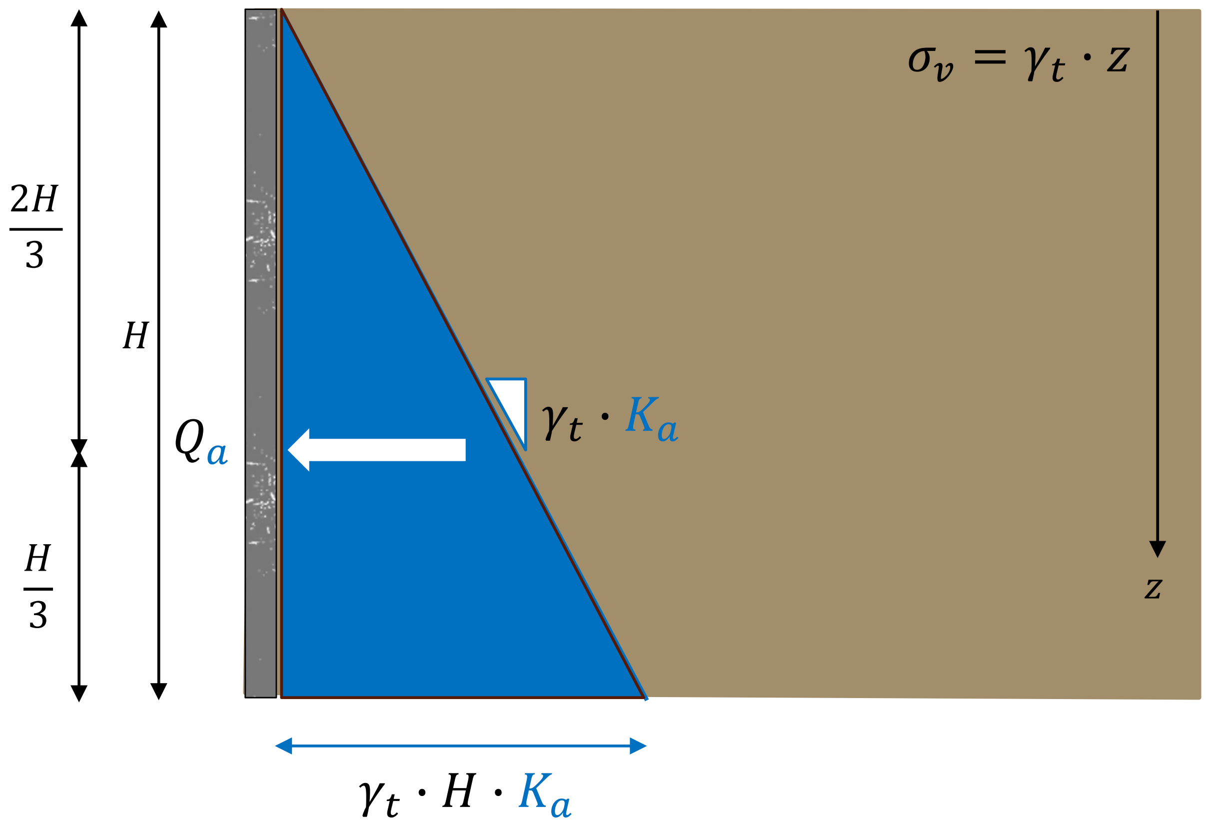
主働土圧（応力）：$\sigma_{ha} = \sigma_v \cdot K_a$

主働土圧合力：
主働土圧の分布を深さ方向に積分する

$$Q_a = \int_0^H \sigma_{ha} dz$$

$$= \int_0^H (\gamma_t \cdot z \cdot K_a) dz$$

$$= \frac{1}{2} H^2 \cdot \gamma_t \cdot K_a$$



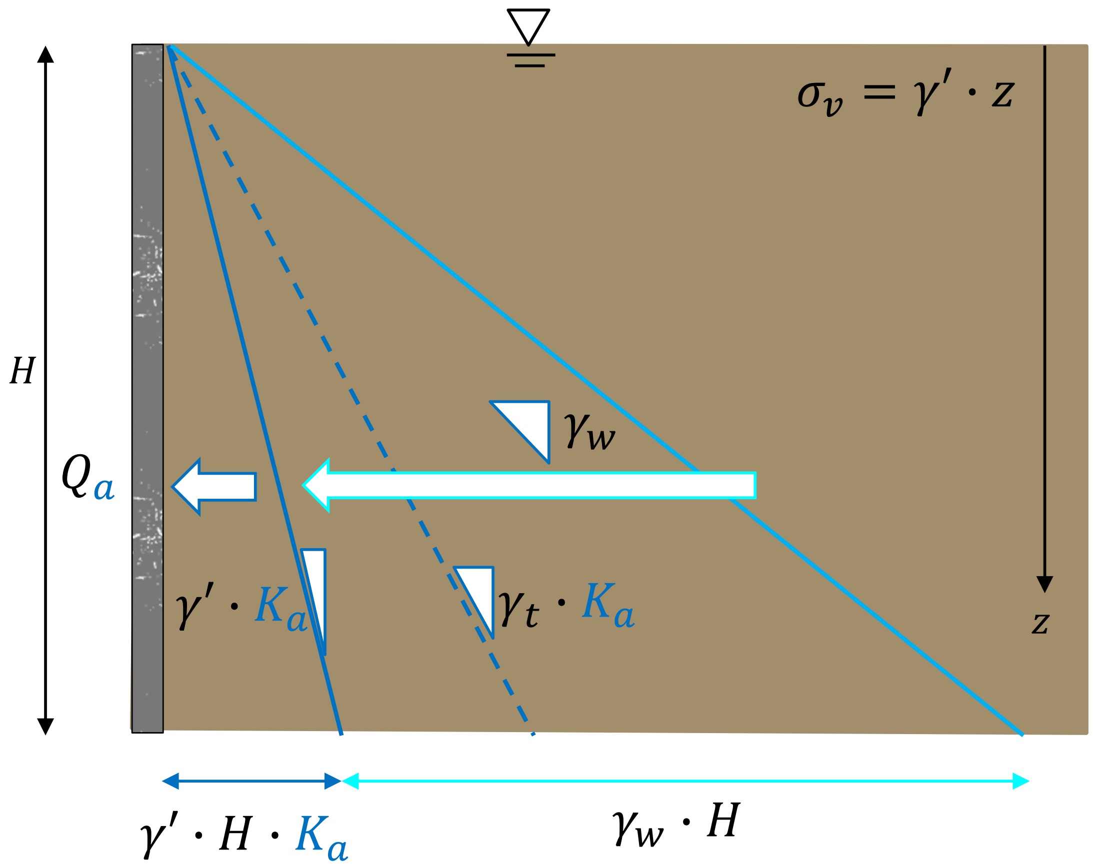
ランキンの土圧理論（地下水位がある場合）

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$$

水中単位体積重量γ'は,
湿潤単位体積重量のおよそ半分

→土圧も半分

しかし、壁には水圧も加わるため、地下水位がある方が、壁に加わる圧力は大きくなる。



ランキンの土圧理論（受働土圧分布→受働土圧合力の算定）

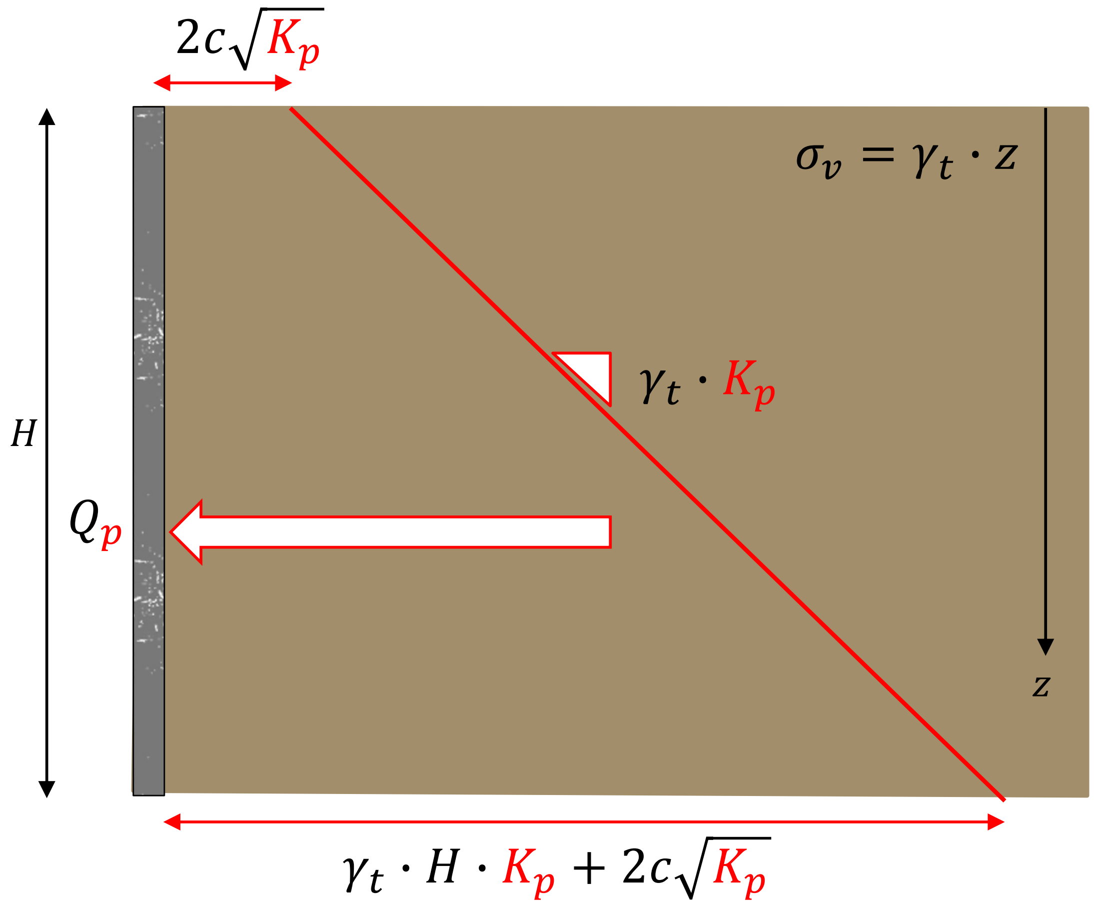
受働土圧（応力）：$\sigma_{hp} = \sigma_v \cdot K_p + 2c\sqrt{K_p}$

受働土圧合力：
受働土圧の分布を深さ方向に積分する

$$Q_p = \int_0^H \sigma_{hp} dz$$

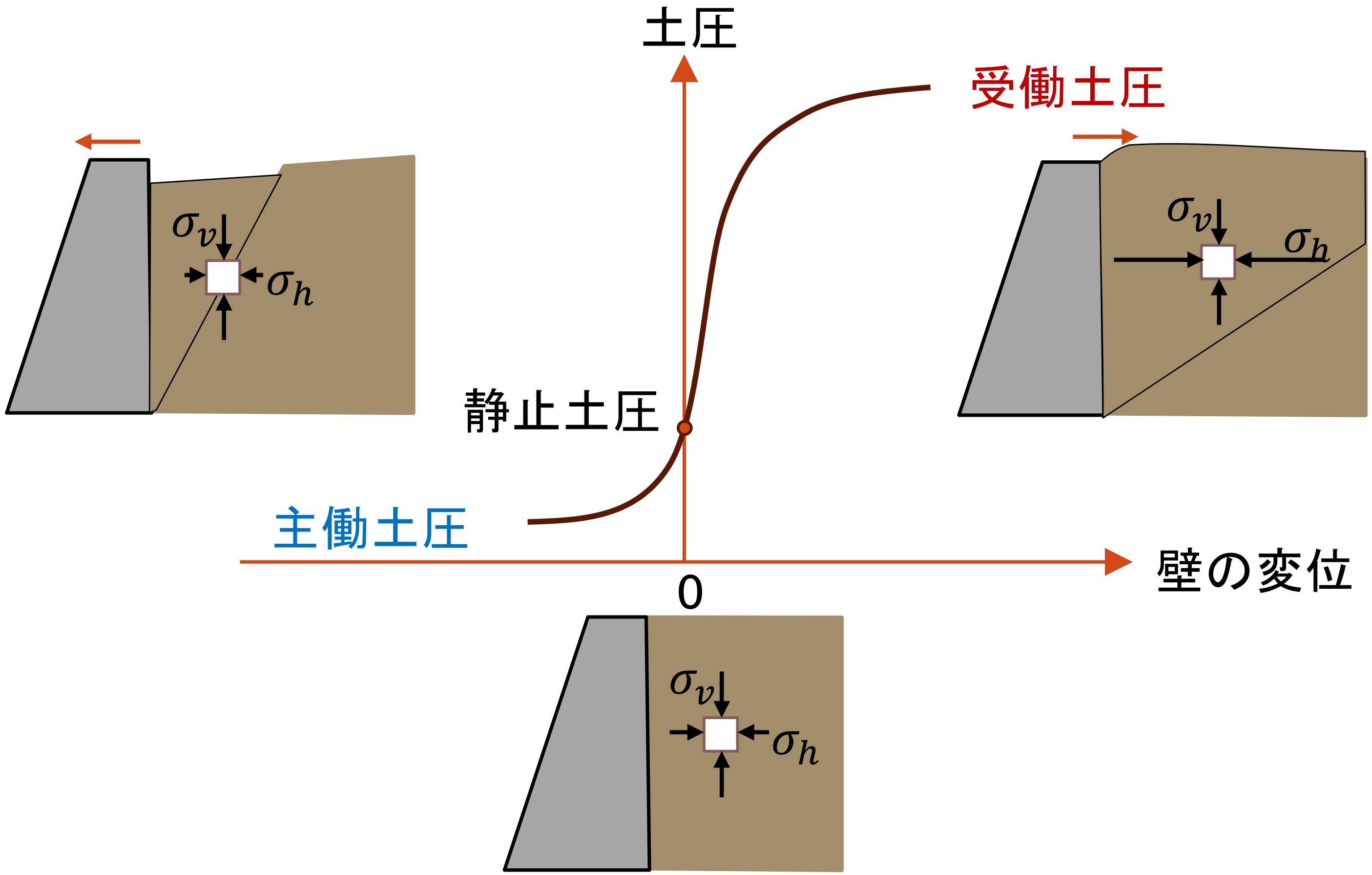
$$= \int_0^H \left(\gamma_t \cdot H \cdot K_p + 2c\sqrt{K_p}\right) dz$$

$$= \frac{1}{2} H^2 \cdot \gamma_t \cdot K_p + 2c \cdot H\sqrt{K_p}$$



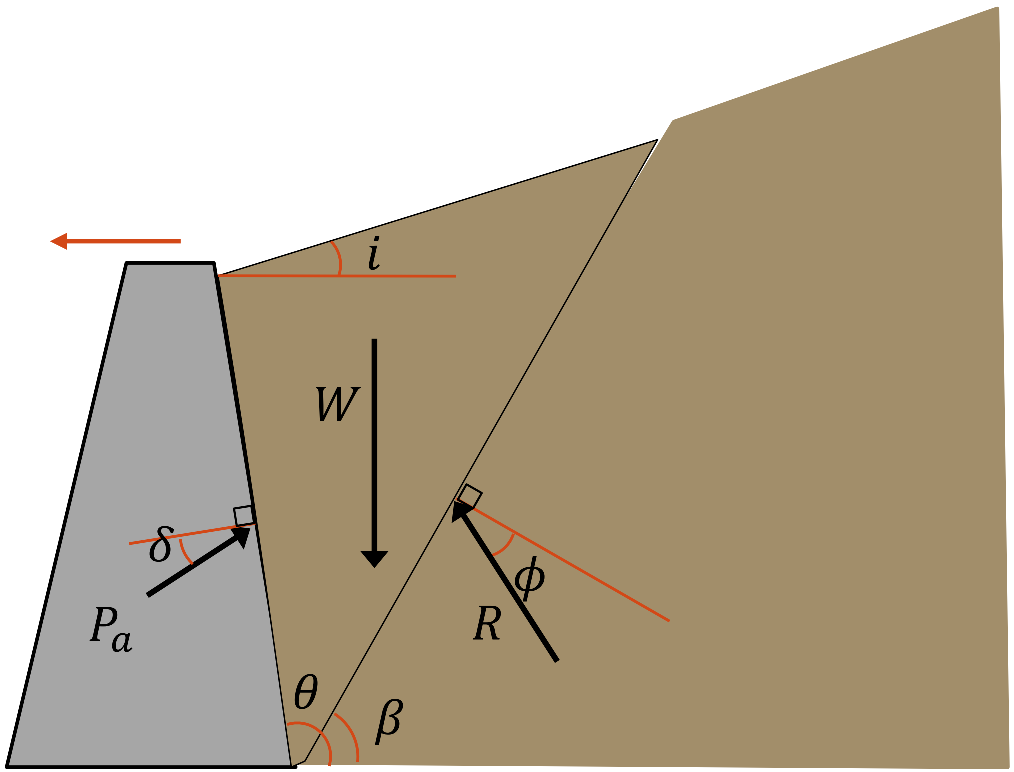
ランキンの土圧理論

水平な地盤内の応力状態から、土圧を算定する理論



クーロンの土圧理論

地盤内にすべり面を仮定して、力のつり合いから、壁に作用する土圧合力を求める。



W : くさび型の土の重量

R : すべりに抵抗する力

P_a : 主働土圧合力につり合う力

β : すべり面と水平面のなす角

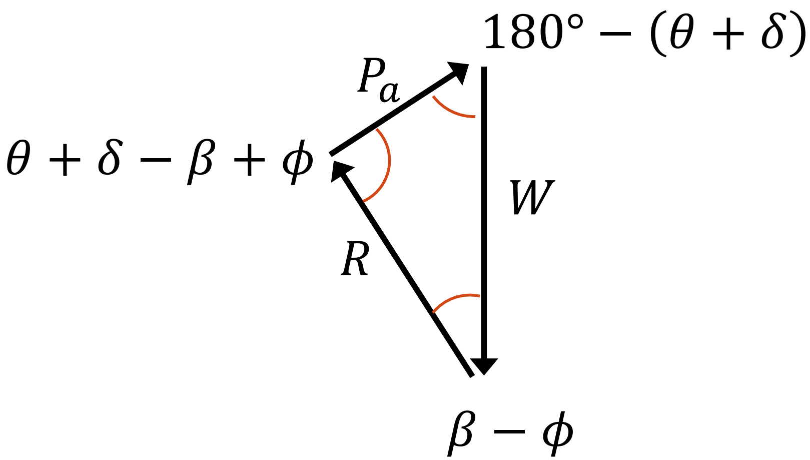
ϕ : 土の内部摩擦角

δ : 土と壁面との摩擦角

θ : 壁面と水平面のなす角

i : 地表面と水平面のなす角

クーロンの土圧理論



W：くさび型の土の重量

R：すべりに抵抗する力

P_a：主働土圧合力につり合う力

β：すべり面と水平面のなす角

ϕ：土の内部摩擦角

δ：土と壁面との摩擦角

θ：壁面と水平面のなす角

i：地表面と水平面のなす角

力の三角形の幾何学的な関係（正弦定理）から

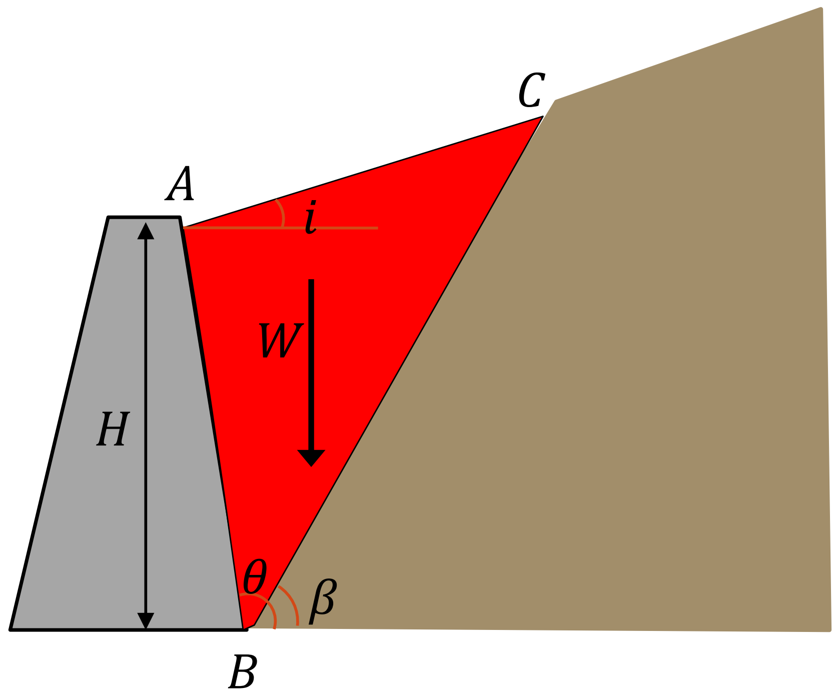
$$\frac{P_a}{\sin(\beta - \phi)} = \frac{W}{\sin(\theta + \delta - \beta + \phi)}$$

$$P_a = \frac{\sin(\beta - \phi)}{\sin(\theta + \delta - \beta + \phi)} W$$

クーロンの土圧理論

くさび形の土の体積Vは、

$$V = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin(\theta - \beta)$$



$$AB = \frac{H}{\cos(\theta - 90°)}$$

正弦定理より、

$$\frac{AB}{\sin(\beta - i)} = \frac{BC}{\sin(180° + i - \theta)}$$

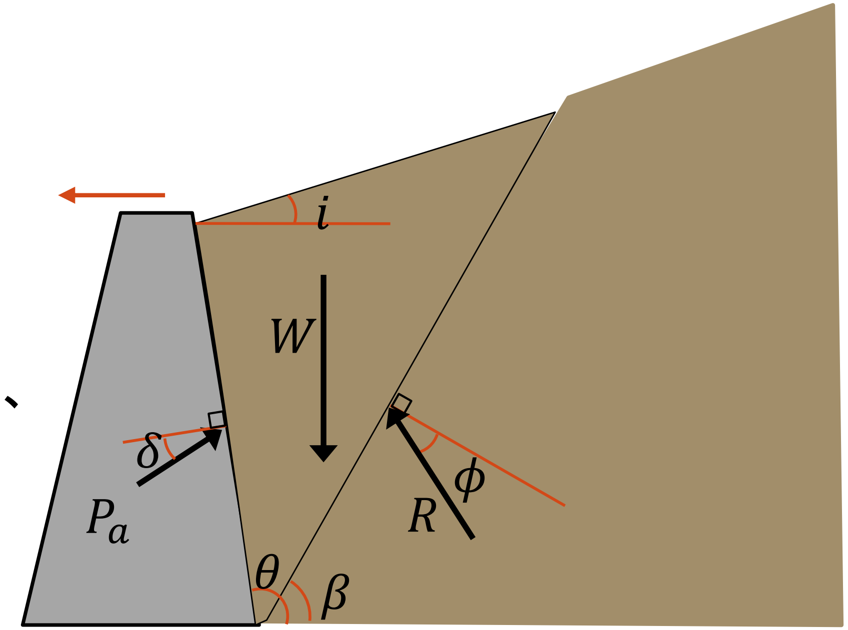
$$BC = \frac{\sin(180° + i - \theta)}{\sin(\beta - i)} AB$$

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{H^2}{\cos^2(\theta - 90°)} \cdot \frac{\sin(180° + i - \theta)}{\sin(\beta - i)} \cdot \sin(\theta - \beta)$$

重量Wは、 $$W = \frac{1}{2} \cdot \gamma_t \cdot \frac{H^2}{\cos^2(\theta - 90°)} \cdot \frac{\sin(180° + i - \theta)}{\sin(\beta - i)} \cdot \sin(\theta - \beta)$$

クーロンの土圧理論（主働土圧）

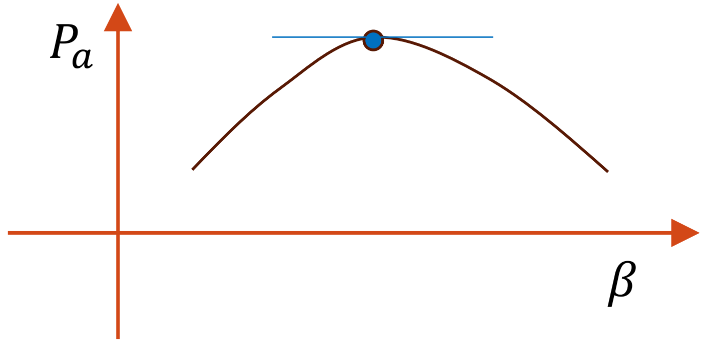
$$P_a = \frac{\sin(\beta - \phi)}{\sin(\theta + \delta - \beta + \phi)} W$$



すべり面と水平面のなす角βが変化すると、
Wが変化して、
P_aが変化する。

よって、P_aの最大値は、

$\frac{dP_a}{d\beta} = 0$となるときの βを代入することで求められる。



$$P_a = \frac{1}{2}\gamma_t H^2 \frac{\sin^2(\theta - \phi)}{\sin^2\theta \sin(\theta + \delta)\left\{1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta + \phi)\sin(\phi - i)}{\sin(\theta + \delta)\sin(\theta - i)}}\right\}}$$

クーロンの土圧理論（主働土圧）

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma_t H^2 \frac{\sin^2(\theta - \phi)}{\sin^2\theta \sin(\theta + \delta)\left\{1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta + \phi)\sin(\phi - i)}{\sin(\theta + \delta)\sin(\theta - i)}}\right\}^2}$$

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma_t H^2 \frac{K_a}{\sin\theta\cos\delta}$$

δ：土と壁面との摩擦角

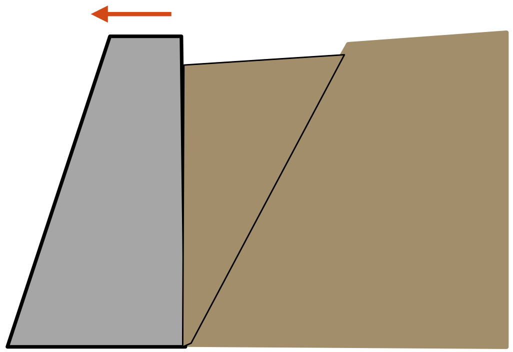
θ：壁面と水平面のなす角

i：地表面と水平面のなす角

$$K_a = \frac{\sin^2(\theta - \phi)\cos\delta}{\sin\theta \sin(\theta + \delta)\left\{1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta + \phi)\sin(\phi - i)}{\sin(\theta + \delta)\sin(\theta - i)}}\right\}^2}$$

：クーロンの主働土圧係数

クーロンの土圧理論（主働土圧）



$$P_a = \frac{1}{2}\gamma_t H^2 \frac{K_a}{\sin\theta\cos\delta}$$

ランキンの土圧理論の仮定が成り立つように、

δ：土と壁面との摩擦角=0°

θ：壁面と水平面のなす角=90°

i：地表面と水平面のなす角＝0°

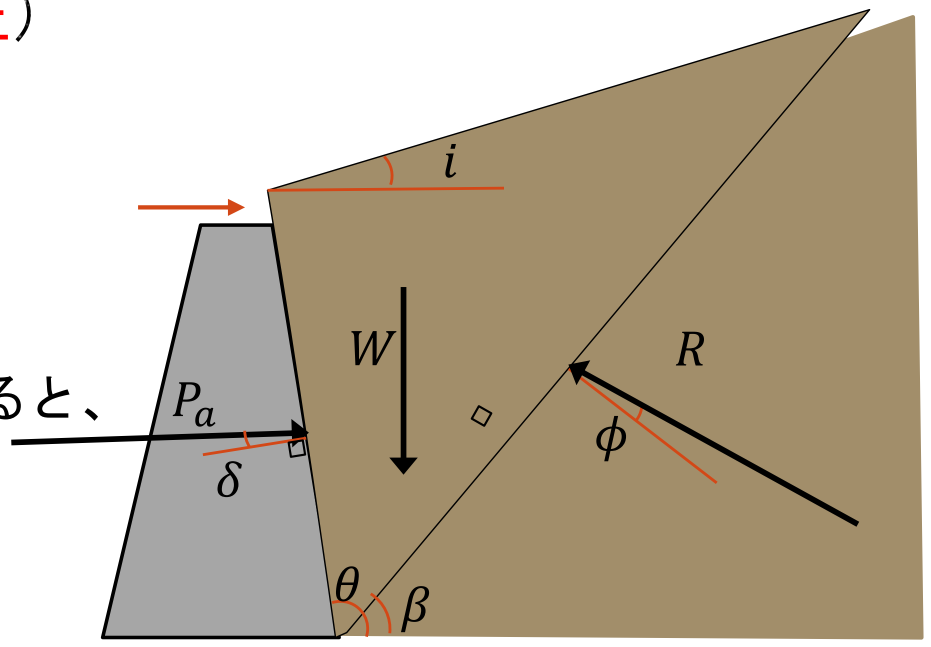
とすると、

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma_t H^2 K_a \qquad K_a = \frac{1-\sin\phi}{1+\sin\phi}$$

となり、ランキンの主働土圧理論と一致する。

クーロンの土圧理論（受働土圧）

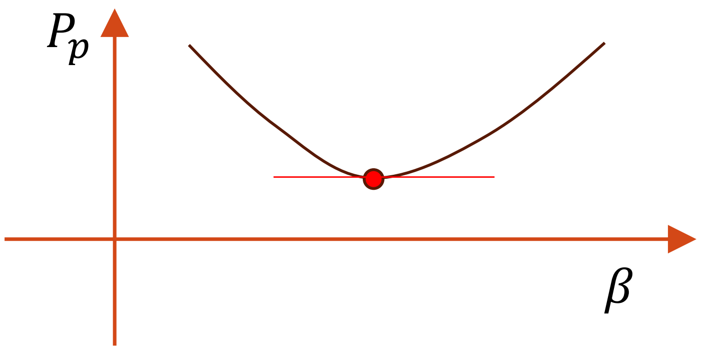
$$P_p = \frac{\sin(\beta + \phi\,)}{\sin(\theta - \delta - \beta - \phi\,)} W$$



すべり面と水平面のなす角βが変化すると、
Wが変化して、
P_pが変化する。

よって、P_pの最小値は、

$\frac{dP_p}{d\beta} = 0$となるときの β を代入することで求められる。



$$P_p = \frac{1}{2}\gamma_t H^2 \frac{\sin^2(\theta + \phi)}{\sin^2\theta \sin(\theta - \delta)\left\{1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta + \phi)\sin(\phi + i)}{\sin(\theta - \delta)\sin(\theta - i)}}\right\}}$$

クーロンの土圧理論（受働土圧）

$$P_p = \frac{1}{2}\gamma_t H^2 \frac{\sin^2(\theta+\phi)}{\sin^2\theta\sin(\theta-\delta)\left\{1+\sqrt{\frac{\sin(\delta+\phi)\sin(\phi+i)}{\sin(\theta-\delta)\sin(\theta-i)}}\right\}^2}$$

$$P_p = \frac{1}{2}\gamma_t H^2 \frac{K_a}{\sin\theta\cos\delta}$$

δ：土と壁面との摩擦角

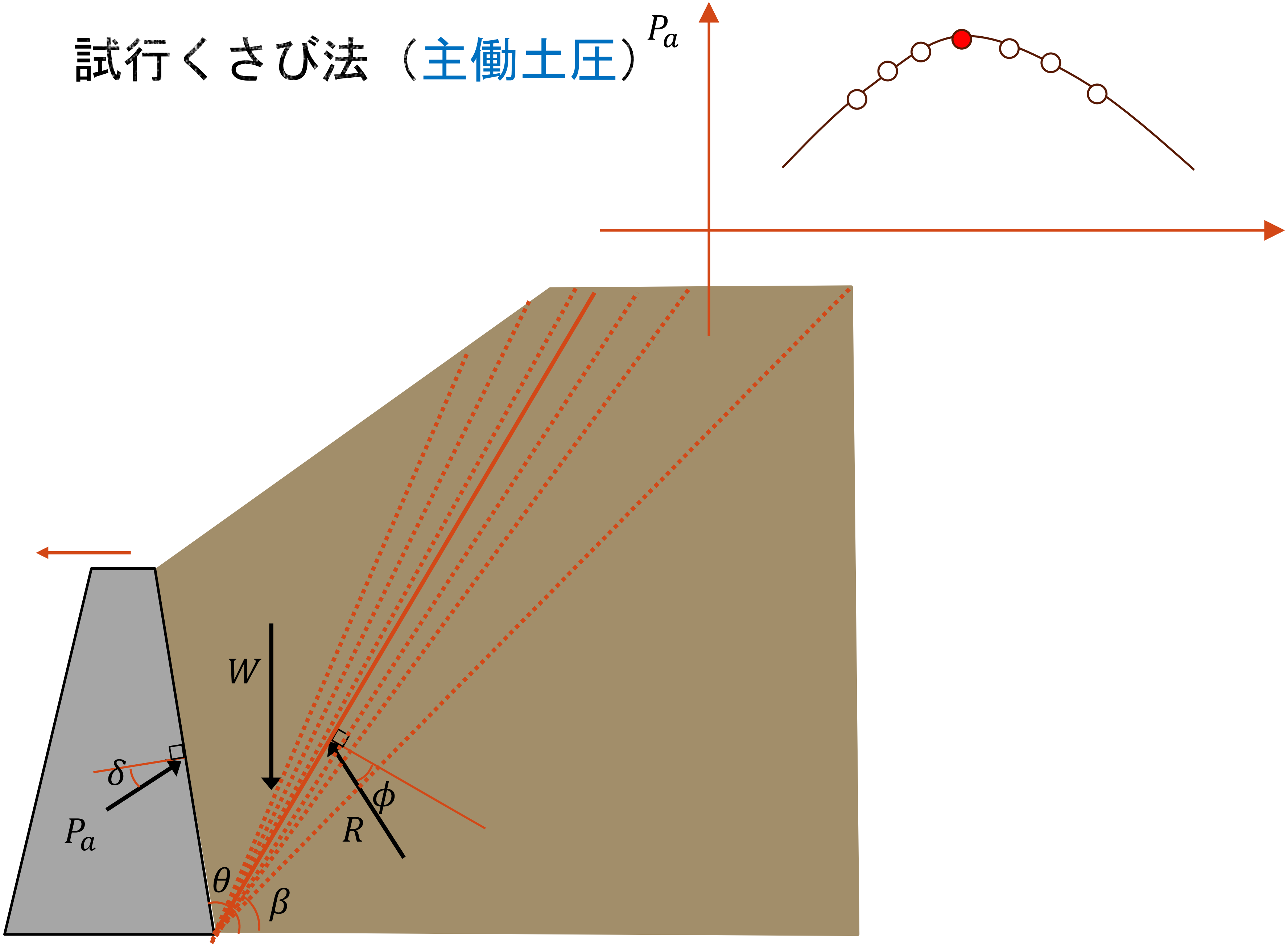
θ：壁面と水平面のなす角

i：地表面と水平面のなす角

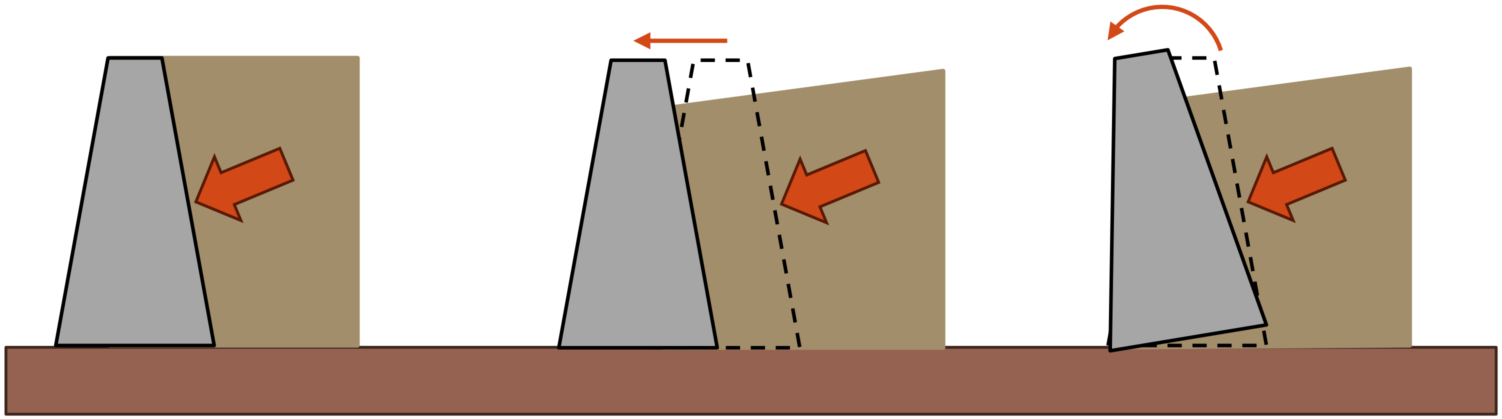
$$K_p = \frac{\sin^2(\theta+\phi)\cos\delta}{\sin\theta\sin(\theta-\delta)\left\{1+\sqrt{\frac{\sin(\delta+\phi)\sin(\phi+i)}{\sin(\theta-\delta)\sin(\theta-i)}}\right\}^2}$$

：クーロンの主働土圧係数

試行くさび法（主働土圧）

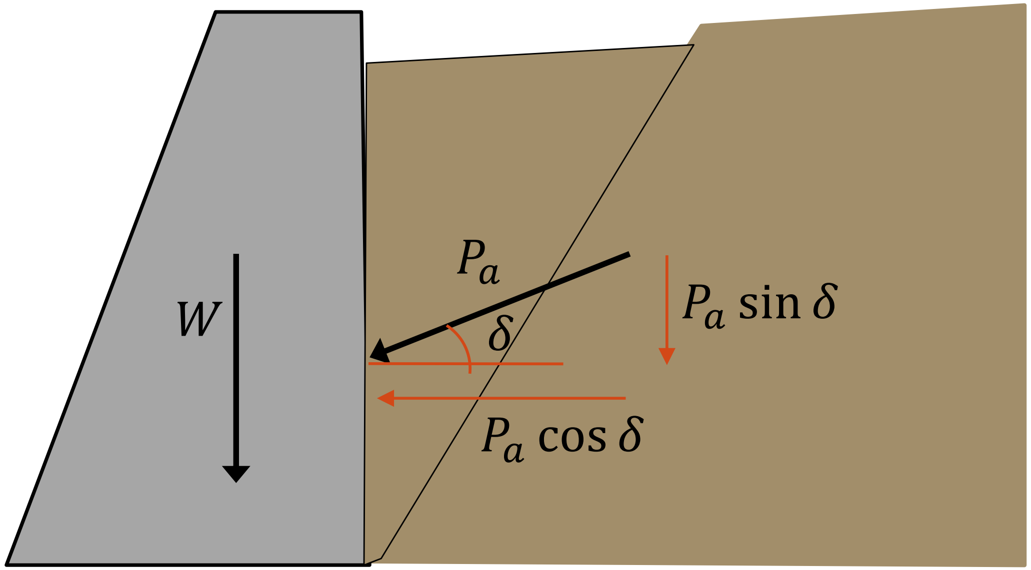


擁壁の安定計算



重力式擁壁　　滑動　　転倒

擁壁に作用する力



δ：土と壁面との摩擦角

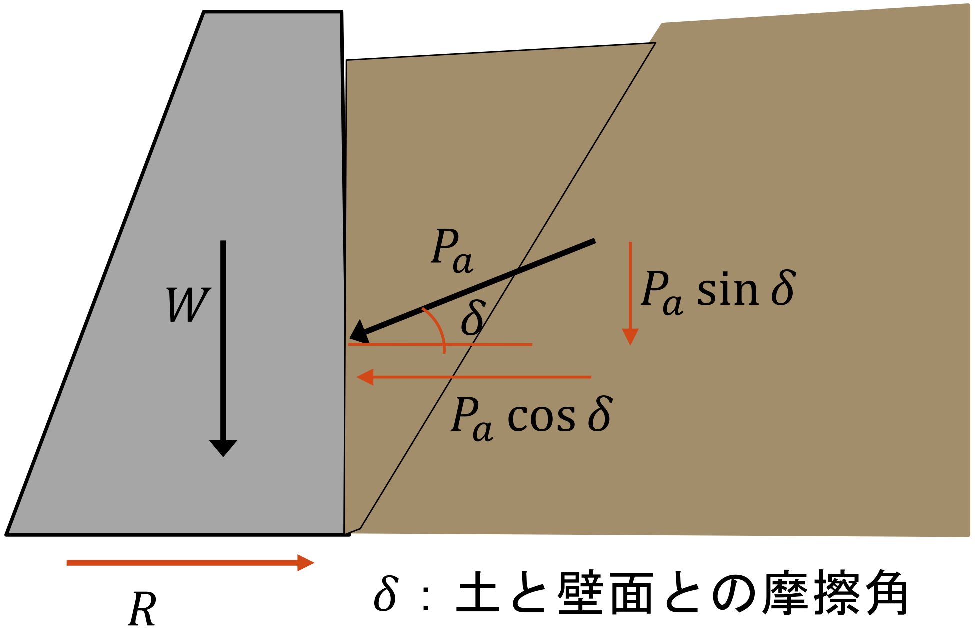
擁壁に作用する力の鉛直成分：

$$F_v = W + P_a \sin\delta$$

擁壁に作用する力の水平成分：

$$F_h = P_a \cos\delta$$

擁壁の安定計算（滑動）



δ：土と壁面との摩擦角

δ'：擁壁底面と地盤との摩擦角

摩擦力R

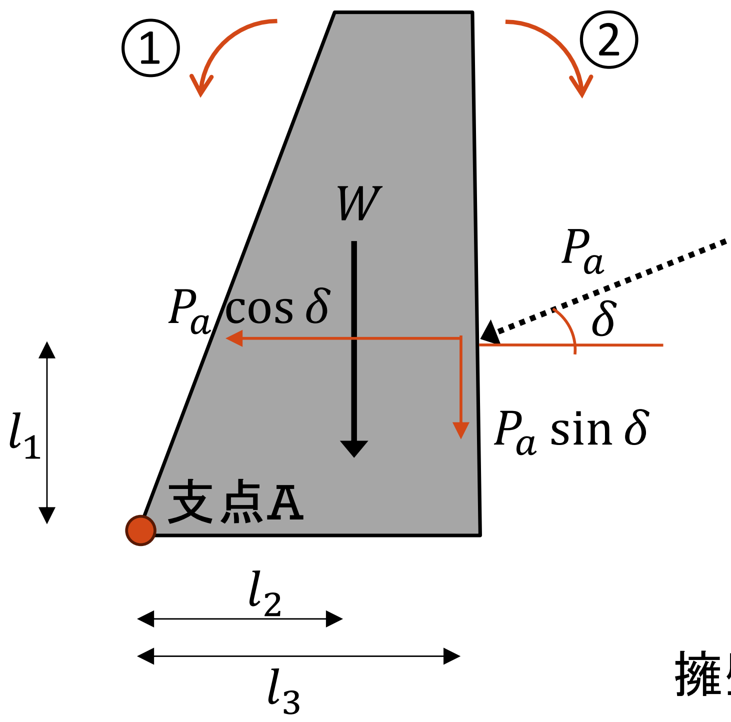
$$R = F_v \tan\delta' = (W + P_a \sin\delta)\tan\delta'$$

擁壁の滑動に対する安定条件

$$R = (W + P_a \sin\delta)\tan\delta' > P_a \cos\delta$$

擁壁の自重Wが大きいほど有利となる。

擁壁の安定計算（転倒）



A点周りのモーメントを考える。

①反時計周りのモーメント

$$P_a \cos\delta \times l_1$$

②時計周りのモーメント

$$P_a \sin\delta \times l_3 + W \times l_2$$

擁壁の転倒に関する安定条件

① ＜ ②

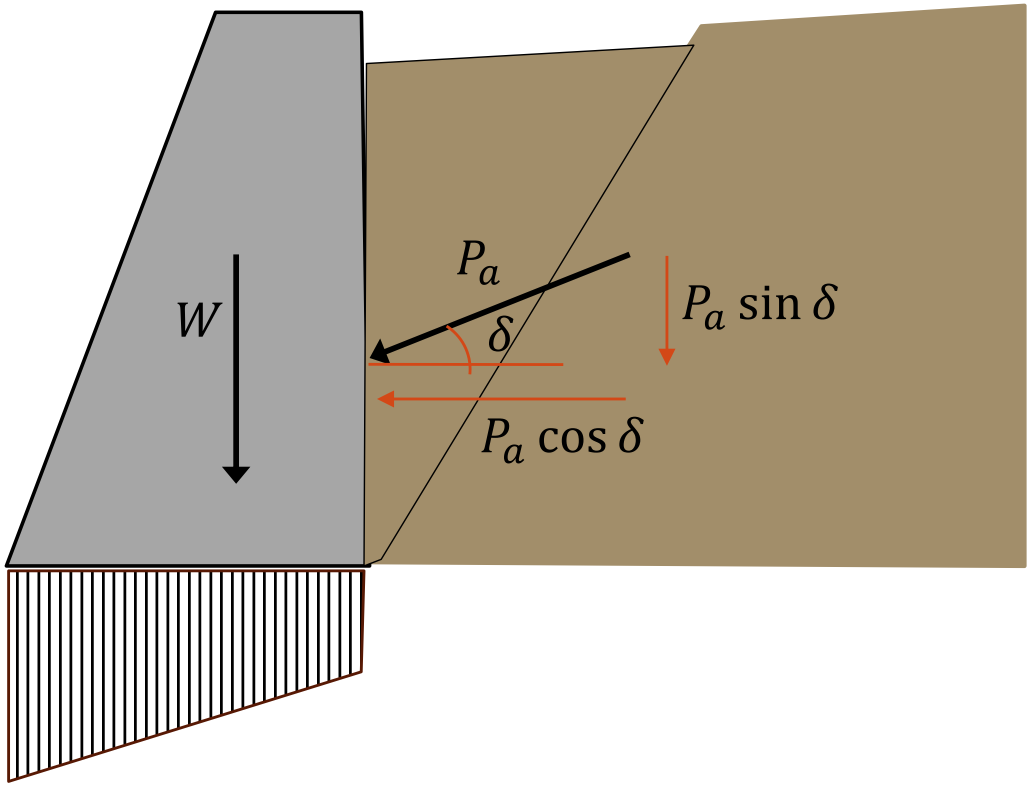
$$P_a \cos\delta \times l_1 < P_a \sin\delta \times l_3 + W \times l_2$$

擁壁の自重Wが大きいほど有利となる。

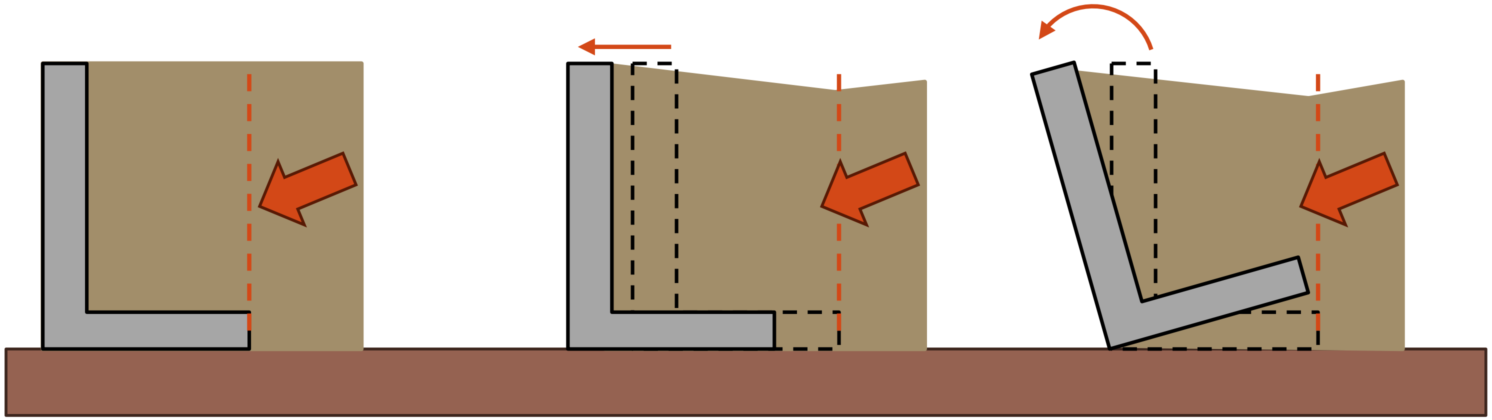
擁壁の底版（ l_2， l_3 ）が長いほど有利となる。

擁壁の安定計算（支持力）

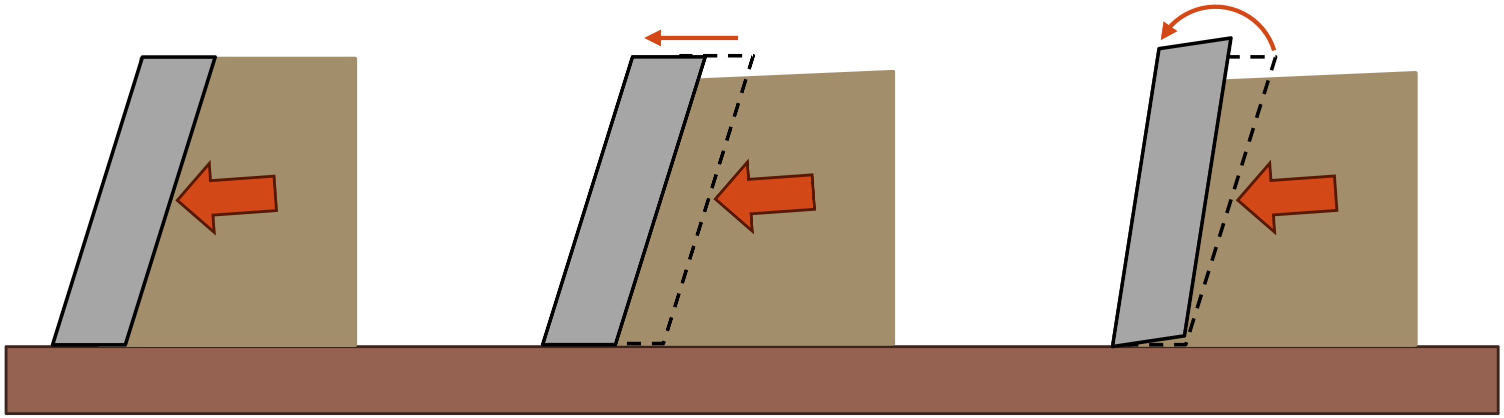
擁壁底面から地盤に伝わる圧力が，
地盤の「支持力」より小さければ安定



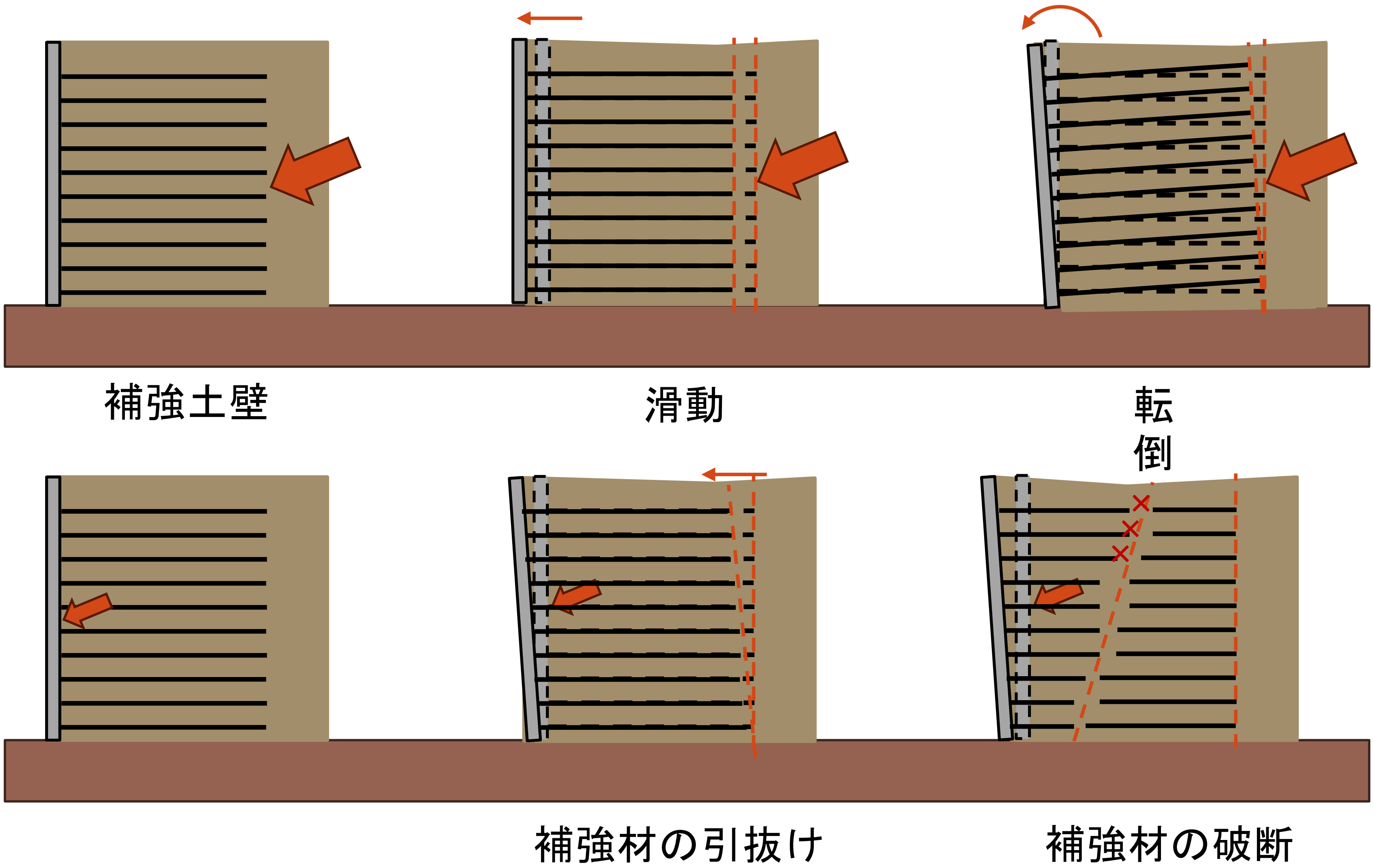
擁壁の自重Wが小さいほど有利となる。
擁壁の底版が長いほど有利となる。



L型擁壁　滑動　転倒



もたれ擁壁　滑動　転倒


補強土壁
滑動
転倒
補強材の引抜け
補強材の破断

おわり

ご清聴ありがとうございました。